

CÁLCULO I

EXERCÍCIOS DE IMAGENS DE INTERVALOS

PURO - UFF - 1º DE ABRIL DE 2009

PROFESSOR: EDUARDO OCHS

① Considere as seguintes funções:

$$s(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)$$

$$f(x) = \begin{cases} s\left(\frac{1}{x}\right) & \text{quando } x \neq 0 \\ 0 & \text{quando } x = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x s\left(\frac{1}{x}\right) & \text{quando } x \neq 0 \\ 0 & \text{quando } x = 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 s\left(\frac{1}{x}\right) & \text{quando } x \neq 0 \\ 0 & \text{quando } x = 0 \end{cases}$$

a) Calcule:

$$s(0), s(1), s(2), s(3), s(4), s(5),$$

$$s(-1), s(-2), s(-3),$$

$$s(1000), s(1001), s(1002), s(1003),$$

$$f\left(\frac{1}{1000}\right), f\left(\frac{1}{1001}\right), f\left(\frac{1}{1002}\right), f\left(\frac{1}{1003}\right),$$

$$g\left(\frac{1}{1000}\right), g\left(\frac{1}{1001}\right), g\left(\frac{1}{1002}\right), g\left(\frac{1}{1003}\right),$$

$$h\left(\frac{1}{1000}\right), h\left(\frac{1}{1001}\right), h\left(\frac{1}{1002}\right), h\left(\frac{1}{1003}\right)$$

b) Mostre que:

$$\forall x \in \mathbb{R}. -1 \leq s(x) \leq 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. -1 \leq f(x) \leq 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. -|x| \leq g(x) \leq |x|$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. -|x|^2 \leq h(x) \leq |x|^2$$

c) Calcule as imagens por f , g e h

dos seguintes intervalos:

$$\left[\frac{1}{1003}, \frac{1}{1002}\right], \left[\frac{1}{1002}, \frac{1}{1001}\right], \left[\frac{1}{1001}, \frac{1}{1000}\right],$$

$$\left(0, \frac{1}{1000}\right)$$

(Obs: use aproximações onde for necessário - mas ignore esta observação se ela não fizer sentido pra você)

d) Calcule o coeficiente angular das retas que passam pelo ponto $(0,0)$ e pelos pontos:

$$\left(\frac{1}{1001}, f\left(\frac{1}{1001}\right)\right), \left(\frac{1}{1003}, f\left(\frac{1}{1003}\right)\right),$$

$$\left(\frac{1}{1001}, g\left(\frac{1}{1001}\right)\right), \left(\frac{1}{1003}, g\left(\frac{1}{1003}\right)\right),$$

$$\left(\frac{1}{1001}, h\left(\frac{1}{1001}\right)\right), \left(\frac{1}{1003}, h\left(\frac{1}{1003}\right)\right)$$