Geometria Analítica - 2011.1

```
Arquivo com todas as folhas manuscritas do curso de 2011.1:
  http://angg.twu.net/GA/GA-2011.1-tudo.pdf
  http://angg.twu.net/GA/GA-2011.1-tudo.djvu
```

O monitor é o Marcos Vinicius <marcos.linak@gmail.com>. Veja os horários dele aqui.

```
Plano de aulas / resumo do que já aconteceu:

1ª aula (16/mar): (a turma ainda não existia)
2ª aula (17/mar): (a turma ainda não existia)

3ª aula (23/mar): (não pude dar aula, vamos repor depois)
4ª aula (24/mar): Exercício de conversão entre representação
   gráfica e representação formal.

5ª aula (30/mar):
   Começamos com esta região:
     {(x,y)∈R^2 | (3<=x<=5 e 1<=y<=2) ou (2<=x<=4 e 1<=y<=2)}
   como representá-la graficamente?
   Depois passamos para esta,
     {(x,y)∈R^2 | (1<=x<=3 e 1<=y<=2) ou (1<=x<=2 e 1<=y<=3)}
   e apareceram várias hipóteses sobre como ela seria; pedi pros
   alunos escreverem a descrição de cada uma dessas hipóteses
   formalmente, nomeando pontos e descrevendo a borda de região. Vimos
   que uma das hipóteses estava errada - ela continha um ponto que não
   pertencia ao conjunto dado pela expressão "{...}" acima.
   Vimos que é fácil mostrar que dois conjuntos são diferentes - basta
   encontrar um ponto que só pertença a um deles. Mostrar que dois
   conjuntos são iguais pode ser _bem_ mais difícil.
   Mostrei duas representações para retas:
     {(x,y)∈R^2 | y=x/2+1}
     {(0,1)+t(2,1) | t∈R}
   Pra casa: mostrar que o ponto (2,3) não pertence a estas retas, de
   um modo que convença a minha avó.
   Discutimos a operação f(x,y) = (x+2,y+1); ela leva cada ponto do
   plano num outro ponto do plano. Também podemos aplicá-la a todos os
   pontos de um conjunto; fizemos A=(0,0), B=(0,1), C=(1,0), D=(1,1) e
   calculamos {f(A),f(B),f(C),f(D)}.
   Pedi pros alunos lerem o livro do Cederj, págs. 9-21,
   principalmente pra eles terem uma noção da definição formal de
   vetor. Ela é bem estranha, mas a operação +(2,1) é bem natural.
6ª aula (31/mar): Comecei a aula explicando que o livro usa
   "tecnologia moderna" - variáveis e conjuntos infinitos - em todo
   lugar. Isso é parecido com celular com câmera: se a gente nunca
   teve um celular com câmera a gente não entende como é possível
   tirar foto com celular, mas se a gente tem um a gente sabe que
   basta apertar o botão. Os nossos antepassados matemáticos
   desenvolveram toda essa tecnologia ao longo de séculos e em todos
   os detalhes; hoje em dia a gente usa ela como se fosse simples,
   como se bastasse apertar o botão.
   Defini estes quatro conjuntos:
     A = { (x,y) | x>=2 }
     B = { (x,y) | x>1 }
     C = { (x,y) | y>=2 }
     D = { (x,y) | y-2>=0 }
   e pedi pros alunos representarem eles graficamente do modo mais
   claro possível - lembrando que a gente pode usar texto, diagramas e
   notação matemática, e que o objetivo é sempre chegar a algo que a
   minha avó entenda imediatamente e que não tenha nenhuma
```

ambiguidade.
Mostrei os sinais de "contido ou igual", "contido e diferente" e "não contido"; cada sentença como "X sinal Y", onde o "sinal" pode ser cada um desses três sinais e tanto X quanto Y podem ser cada um dos quatro conjuntos A, B, C e D, vai ser verdadeira ou falsa, e eles vão ter que saber descobrir se ela é verdadeira ou falsa e justificar porquê. Já vimos que algumas destas provas são fáceis - as que só precisam que a gente exiba um ponto com certas características - e outras, como a de "A está contido em B", são mais difíceis.
Começamos a ver vetores. Todo mundo lembra da definição "operacional" (do ensino médio) de vetores.
No ensino médio dois segmentos são _equipolentes_ quando são da forma A(A+v) e B(B+v). Exemplo: se

```
  A = (3, 4),
  B = (3, 2)  e
  v = (2, 1)
```

então A(A+v) e B(B+v) são equipolentes.
Esse "da forma que" é um jargão matemático importante. Defini

```
  C = (3, 5)   e
  D = (3, 3)
```

e pedi pros alunos mostrarem que AC e BD são equipolentes usando a definição (eles precisavam encontrar o v e escrever a resposta direito).
Existem _muitos_ segmentos orientados equipolentes a AC. O livro considera o conjunto de _todos_ esses vetores (orientados, equipolentes a AC) e diz que o vetor (-1,1) vai ser representado (formalmente) como esse conjunto (!!!). E ele ainda faz uma outra coisa mais complicada: ele pega o conjunto de todos os vetores orientados e R^2 e divide ele em infinitos subconjuntos...
Na p.10 o livro usa _semiplanos_ pra testar se dois segmentos com a mesma direção têm ou não o mesmo sentido.

6.5ª aula (01/abr, 9-11) Aula extra. Discutimos uma prova do teorema de Pitágoras e como escrevê-la (vou pôr os detalhes aqui depois). O "caso geral" dela - no qual as coordenadas dos pontos envolvem variáveis - era uma introdução à lista de exercícios que o Reginaldo passou:
  http://angg.twu.net/GA/lista1_GA_2011.1.pdf
Importante:

```
*************************************************************
***** Comecem a fazer os exercícios desta lista o mais rápido
***** possível! O teste vai ter questões no nível dos problemas
***** desta lista, e temos só mais uma aula pra tirar o máximo
***** possível de dúvidas! Lembre que as provas vão medir a sua
***** capacidade de encontrar argumentos matemáticos corretos e a
***** escrevê-los de modo claro - e 90% do trabalho pra aprender a
***** fazer isto acontece fora da sala de aula!... Uma dica:
***** quando você encontrar algo que você não consiga escrever bem
***** faça uma primeira vez o melhor possível, e algumas horas
***** depois, ou no dia seguinte, volte ao que você escreveu e
***** tente melhorá-lo!
*************************************************************
```

7ª aula (06/abr): várias operações (e propriedades): magnitude de vetor, multiplicação de vetor por escalar, produto interno, linearidade do produto interno, ortogonalidade. Eu queria ter entrado em projeção sobre vetor, famílias de retas e famílias de curvas, mas ainda não deu.
A gente se concentrou nestes problemas que eu propus pra tentar complementar a lista de exercícios:

```
  1) Sejam v=(1,1), w=(-2,1). Encontre um valor de a tal que
       v _|_ w+av.
  2) Represente graficamente v, av, w, w+av no caso geral, isto é,
     quando a e as coordenadas de v e w são variáveis.
  3) Sejam A=(3,2), B=(1,4), C=(-2,1), D=(0,1). Encontre vetores
```

```
       perpendiculares a A-O, B-O, C-O, D-O.
8ª aula (07/abr): 1º teste, cobrindo a mesma matéria que o Reginaldo e
   o Antônio estão dando nas turmas deles. Consulte o plano de curso
   do Reginaldo:
     http://angg.twu.net/GA/plano_GA_reginaldo_2011.1.pdf
   O teste vai ser nos últimos 40 minutos da aula. Vamos usar o início
   da aula para tirar dúvidas da lista de exercícios.
   Scan do teste e do gabarito:
     http://angg.twu.net/GA/GA_teste1_2011apr07.pdf
     http://angg.twu.net/GA/GA_teste1_2011apr07.djvu

9ª aula (13/abr):  (vou pôr o resumo depois)
10ª aula (14/abr): (vou pôr o resumo depois)

11ª aula (20/abr): *** Saíram as notas do 1º teste - veja abaixo ***
  Ângulo entre retas. Projeção ortogonal. Distância entre ponto e reta
  e entre duas retas. 1º horário de vista de prova: 16:00-18:00.
  (Antes disto devo estar ocupado com a prova para monitor de
  Matemática Discreta.)
12ª aula (21/abr): Feriado.

13ª aula (27/abr): Discutimos como calcular a distância entre um ponto
  e uma reta. O livro chega a uma fórmula (p.75 e 76?), mas avisei aos
  alunos que decorar esse tipo de fórmula é a receita pro fracasso;
  temos que aprender a deduzí-las e a escrever a dedução.
  Idéia: "se s é uma reta perpendicular a r e que passa por P, então
  seja Q a interseção entre r e s. A distância entre P e r (notação:
  d(P,r)), é ||PQ||". Sabemos representar esta idéia geometricamente -
  como traduzí-la para "contas"?
  Exemplo: r={(3,2)+t(4,3)|t∈R},
           P=(1,6),
           A=(3,2),
           B=(7,5),
           v=(4,3).
  Um modo de arrumar a solução:
    Seja                   <- "Definição:"
    r                      <- nome do objeto sendo definido
    a seguinte reta:       <- redundante, pra ficar claro
      r={(3,2)+t(4,3)|t∈R}
    Podemos reescrever a   <- algo que queremos fazer
    descrição formal de r     mas ainda não sabemos como
    nesta forma:
      r={(x,y)|y=ax+b}
    Vamos fazer isto passo a passo.
      r={(3,2)+t(4,3)|t∈R} <- sabemos que este "=" é verdade
       ={(3+4t,2+3t)|t∈R}  <- este "=" é fácil
       = ...
    O vetor w=(-3,4)             <- definição
    é ortogonal ao vetor (4,3),  <- isto é fácil ("imediato")
    e a reta
      s={(1,6)+u(-3,4)|u∈R}      <- definiçãp
    é ortogonal a r              <- é fácil verificar isto
    e passa pelo ponto P.        <- idem (tente u=0).
    Seja Q o ponto de interseção de r e s. <- definição (geométrica)
    Podemos calcular Q:
      ...
  Pedi pros alunos completarem este desenvolvimento,
  e pus este aviso no quadro:
  *** Lembre que estamos querendo aprender não só a fazer contas
      como a escrever o desenvolvimento numa forma que seja à prova
      de professores mal-humorados!

14ª aula (28/abr): Na aula passada ficou faltando um truque
  (algébrico): Digamos que
    r = {(3,2)+t(4,3)|t∈R}
```

```
    = {(3+4t,2+3t)|t∈R}
então criamos uma variável nova, x, que está relacionada com t desta
forma:
  x = 3+4t
aí:
  x-3 = 4t
  t = (x-3)/4
e:
  r = {(x, 2+3((x-3)/4))|x∈R}
    = {(x, 3x+(2-9/4))|x∈R}
que está na forma
  r = {(x,y) | y=ax+b}.
Com o que a gente viu na aula passada dá pra deduzir um monte de
fórmulas de uma vez!
  (1) Distância entre duas retas (paralelas)
  (2) Distância entre ponto e círculo
  (3) Distância entre reta e círculo
  (4) Distância entre círculos
  (5) Ponto de tangência entre reta e círculo
  (6) Ponto de tangência entre círculos.
Distância entre duas retas paralelas, r e s
-------------------------------------------
  Sejam A e B dois pontos diferentes em r.
  Seja v=AB.
  Seja w_|_v, w!=0.
  Seja p a reta p = {A+tw | t∈R}.
  Seja Q o ponto de interseção entre p e s.
  A distância entre r e s é d(r,s) = ||AQ||.
*** Pra casa: escolha duas retas paralelas com coeficiente angular
*** 3/4, 4/3, -3/4 ou -4/3 e encontre a distância entre elas. Deduza
*** a fórmula geral e teste-a usando-a para resolver o seu exemplo.
*** Dica: reservem várias horas pra fazer este exercício!
  (Obs: algumas pessoas nunca tinham visto direito coeficiente
   angular e coeficiente linear. Mostrei a interpretação geométrica e
   pedi pra todo mundo pensar em casa no seguinte: digamos que
     r = {(x,y)∈R^2 | y=ax+b}
     s = {(x,y)∈R^2 | y=a'x+b'}
   Se r e s são ____, qual a reação entre r e s?
     (1) "____" = paralelas
     (2) "____" = coincidentes
     (3) "____" = ortogonais
     (4) "____" = concorrentes)
Círculos
--------
  Seja C o círculo de raio r e centro A.
  Então: C = {B∈R^2 | ||AB||=r}.
  Def: o interior de C é o conjunto {B∈R^2 | ||AB||<r}.
  Def: o exterior de C é o conjunto {B∈R^2 | ||AB||>r}.
  Exercício: se A=(2,1) e r=5, determine quais dos pontos abaixo
  (desenhei um grid; marquei todos os pontos com coordenadas
  inteiras positivas pequenas) pertencem a C, ao interior de C e ao
  exterior de C. Marque com "C" os que pertencem a C, com "E" os que
  pertencem ao exterior de C, e com "I" os que pertencem a C.
    y=7 | E E E E E E E
    y=6 | E C E E E E E
    y=5 | I I I I C E E
    y=4 | I I I I I C E
    y=3 | I I I I I I E
    y=2 | I I I I I I E
    y=1 | I A I I I I C
        +--------------
      x=0 1 2 3 4 5 6 7
  O Luís Everardo propôs que a gente testasse o ponto W=(5.5, 4.5),
  porque visualmente ele parecia estar em C; fizemos as contas e
  descobrimos que d(A,W) era aproximadamente 4.95 (< 5).
```

```
    Exercício (casa): ainda com A=(2,1), encontre a interseção entre
      C = {B∈R^2 | ||AB||=5}
    e a reta
      r = {(x,y)∈R^2|x=6}.
  Distância entre reta e círculo
  ------------------------------
    Digamos que C seja um círculo de centro A e raio r e seja s uma
    reta. Seja s' uma reta perpendicular a s que passa por A. Seja B o
    ponto de interseção entre s e s'. Então B é o ponto de s mais
    próximo de A. Aí:
      se d(A,B) = r então B é o ponto de tangência entre C e s;
      se d(A,B) > r então C e s são disjuntos (não têm interseção);
      se d(A,B) < r então C∩s tem dois pontos (meio chatos de calcular).
    Se d(A,B) > r então como calcular d(C,s)? Pensem em casa!

15ª aula (04/mai): Sistemas de coordenadas.
  Vamos usar vários sistemas de coordenadas:
    (x,y) = O' + x'v' + y'v'
          = O'' + x''v'' + y''v''
          = O''' + x'''v''' + y'''v'''
          etc.

  Quando formos dar nomes para as coordenadas dos pontos O', O'', ...
  e dos vetores v', v'', ..., w', w'', ... nós em geral vamos usar:
     O' = (o'_1, o'_2),    v' = (v'_1, v'_2),    w' = (w'_1, w'_2),
    O'' = (o''_1,o''_2),  v'' = (v''_1,v''_2),  w'' = (w''_1,w''_2),
  etc.
  Exemplo:
    O = (0,0),  v=(1,0), w=(0,1),
    O'= (3,2), v'=(2,0), w'=(0,1/2),
    O''=(2,5), v''=(4/5,-3/5), w''=(3/5,4/5),
    O'''=(6,3), v'''=((1,1), w'''=(2,1).
  Repare que então:
    (x,y) = O + xv + yw
          = (0,0) + x(1,0) + y(0,1),
  ou seja, (O, v, w) é a "base usual".
  Exercicio: Seja (x,y)=(2,3).
  Descubra (x',y'), (x'',y''), (x''',y''').
  Dica 1: dá pra conseguir x' e y' graficamente (e depois conferir
  graficamente se os valores estão certos).
  Dica 2: v'', w'' é uma _base ortonormal_: ||v''||=||w''||=1,
  v''·w''=0. Truque: u'=(u·v'')v''+(w·w'')w''. Pense em termos de Pr_v,
  Pr_w...
  (Todo mundo ama bases ortornormais porque as contas com elas são
  fáceis de fazer).
  Dica 3: esqueça temporariamente que (x,y)=(2,3), e digamos que
  (x',y')=(-1/2,4). Então quem é o ponto (x,y)? Interprete isto
  graficamente.
  Cuidado! Várias pessoas estão fazendo isto:
    (x',y') = (3,2)+x'(2,0)+y'(0,1/2)
  Esta igualdade é falsa!
  *** Incompleto - falta a parte sobre bases ortonormais ***
16ª aula (05/mai): Cônicas e sistemas de coordenadas.
  Vamos usar "sistemas de coordenadas" (triplas (O,v,w)) um pouco
  diferentes dos da aula passada - estes aqui:
          (O',v',v') = ((3,2),(2,0),(0,1/2))
       (O'',v'',v'') = ((2,4),(1,0),(1,1))
    (O''',v''',v''') = ((1,2),(1,0),(0,1))
  Sejam C_1, C_5, H_0, H_1, H_2 os seguintes círculos e hipérboles:
    C_1 = {(x,y)∈R^2|x^2+y^2=1}
    C_5 = {(x,y)∈R^2|x^2+y^2=25}
    H_0 = {(x,y)∈R^2|xy=0}    <- "hipérbole degenerada"
    H_1 = {(x,y)∈R^2|xy=1}
    H_2 = {(x,y)∈R^2|xy=2}
  Pra descobrir como representar graficamente estes conjuntos podemos
```

```
  encontrar alguns pontos que pertençam a eles, e aí fazer hipóteses
  sobre como os outros pontos destes conjuntos podem ser, e testá-las.
  Repare que podemos começar com uma série de afirmações verdadeiras:
    (1,0)∈C_1
    (0,1)∈C_1
    (0,-1)∈C_1
    (-1,0)∈C_1
    (3/4,4/5)∈C_1
    (0,5)∈C_5
    (5,0)∈C_5
    (2,0)∈H_0
    (0,4)∈H_0
    etc.
  Obs: um conjunto feito de duas retas que se cruzam é uma "hipérbole
  degenerada". Usamos o termo "degenerado" pros casos em que uma figura
  "vira algo mais simples" - por exemplo, um triângulo de lados 2, 2 e
  4, que "é" um segmento de reta; um ponto "é" um círculo de raio 0;
  etc.
  Vocês estão acostumados a trabalhar com situações nas quais as
  coordenadas "variam juntas". Por exemplo, se sabemos que
    y=2x,
  ou seja, estamos lidando com pontos da reta
    {(x,y)∈R^2|y=2x}
  então x=3 implica y=6.
  Algo parecido acontece com mudanças de coordenadas.
  Vamos começar com:
    (x,y) = O''' + x'''v''' + y'''w'''
          = (1,2) + x'''(1,0) + y'''(0,1)
          = (1+x''', 2+y''')
  A equação x^2+y^2=1 coresponde a uma equação em x' e y'...
  Mais precisamente: queremos encontrar uma equação em x' e y' que seja
  verdade exatamente quando a equação em x e y seja verdade para o par
  (x,y) correspondente ao (x',y') dado.
  A relação entre (x,y) e (x''',y''') é esta:
    (x,y) = (1+x''', 2+y'''),
  ou seja,
    x = 1+x'''  e  y = 2+y''',
  ou seja,
    y''' = x-1, y''' = y-2.
  Se estamos lidando "com pontos do círculo C_1" (compare com a idéia de
  "estarmos na reta {(x,y}∈R^2|y=2x}"!) nós sabemos que x^2+y^2=1.
  A relação entre os sistemas de coordenadas nos diz que:
    x=1+x'''  e   y=2+y''',
  então sabemos que:
    (1+x''')^2+(2+y''')^2 = 1
  ou seja:
    (x'''^2 + 2x''' + 1) + (y'''^2 +4y''' + 4) = 1,
  ou seja,
    x'''^2 + 2x''' + y'''^2 + 4y''' = -4.
  Vamos definir este conjunto:
    C'''_1 = {(x''',y''')∈R^2 | (1+x''')^2+(2+y''')^2=1}
  (1) Encontre alguns pontos de C'''_1.
  (2) Represente C'''_1 graficamente no plano x''',y'''.
  (3) Represente C'''_1 graficamente no plano x,y,
      representando cada ponto (x''',y''')∈C'''_1 como
      (x,y) = O''' + x'''v''' + y'''w'''.
      (Aqui você deve obter C_1!)

17ª aula (11/mai): Vou estar fora, num congresso.
18ª aula (12/mai): Idem. Vamos repor estas aulas depois.

19ª aula (18/mai): Revisão e dúvidas.
20ª aula (19/mai): 1ª prova. Matéria: tudo até círculos e sistemas de
  coordenadas (inclusive). Scan da prova (**incluindo o gabarito**):
     http://angg.twu.net/GA/GA_P1_2011may19.pdf   <-**atualizado**
```

http://angg.twu.net/GA/GA_P1_2011may19.djvu <-**atualizado**

Os alunos acharam que não tinham condições de fazer a prova, e aí a gente transformou as questões desta prova numa espécie de lista de exercícios pra todo mundo se preparar pra P1 "de verdade", que vai ser na 5ª, 1/junho.

Avisei que a P1 de verdade vai ter uma questão grande como a questão 6 da "P1 cancelada", que envolve encontrar uma construção geométrica que resolve um certo problema (no caso geral, com coordenadas dadas por variáveis, não por números), descrever esta construção em Português, e depois traduzí-la para matematiquês passo a passo, justificar cada passo, e testar tudo.

Pedi pra todo mundo tentar fazer a questão 6 escrevendo-a do melhor modo possível, discutir com os colegas pra tentar melhorar o modo de escrevê-la, e mandar pra mim a solução da 6 (por e-mail ou em papel) pra eu corrigir e fazer comentários.

Me comprometi a pôr no site o gabarito das questões de hoje e uma série de critérios que todo mundo deve usar pra testar suas soluções pra ver se elas estão bem escritas. Já vou listar alguns aqui:

1) Nunca escreva coisas como "P (2,3)"!!! Nunca esqueça o sinal de "=", e nunca escreva objetos isolados - fora de igualdades ou de outros tipos de afirmações - a não ser que eles façam parte de frases em português.
2) Algumas afirmações são _definições_. Neste caso não esqueça de usar um "seja..." ou alguma outra construção verbal que indique isto.
3) Quando você introduzir uma variável nova novo sempre diga que condições ela obedece - por exemplo: "seja x' um real qualquer, seja v um vetor em R^2, e seja k inteiro maior ou igual a 1".
4) Quando você afirmar algo que pretende provar avise ao leitor MUITO claramente que aquilo é algo que ainda não sabemos que é verdade. Muitas demonstrações são feitas começando com igualdades que não sabemos se são verdadeiras - "a=b", digamos, onde a e b são expressões -, e manipulando-as para obter outras igualdades, digamos, "a'=b'", "a''=b''", etc, que são claramente equivalentes à igualdade anterior, até que num certo ponto se chega a uma igualdade que é claramente verdade...
5) Use notação de conjuntos sempre que possível! O livro do Cederj usa uma notação que vai passar a ser proibida nas aulas e nas provas:
   ```
   r: / x = 2 + 3t
      |
      \ y = 4 + 5t
   ```
   A notação r = {(2+3t, 4+5t) | t∈R} é bem mais precisa, e é bem mais fácil usar coerentemente a notação de conjuntos quando precisamos lidar com várias retas (e curvas) diferentes ao mesmo tempo.
6) No 1º teste várias pessoas mostraram que dois vetores não eram L.I.s calculando o valor de uma constante λ e obtendo dois valores diferentes; hoje a Camila me perguntou se poderia provar que um certo conjunto não era um círculo mostrando que o seu raio teria que ser menor que 0. O modo correto de formalizar este tipo de argumento é outro - vou dar exemplos depois.

-- acrescentados depois: --

7) Não diga coisas como "as duas equações têm os mesmos pontos". Equações não têm pontos - conjuntos é que têm.

21ª aula (25/mai): paralisação.

22ª aula (26/mai): discutimos o gabarito da P1. Surgiu uma pergunta: As equações (a+b)(a-b)=64 e a^2-b^2-64=0 são a mesma?

Idéia (Rodolfo): duas equações são "a mesma" quando elas têm as mesmas soluções.

Proposta (Eduardo):

{(a,b)∈R^2 | (a+b)(a-b)=64} = {(a,b)∈R^2 | a^2-b^2-64=0}

Estes conjuntos são iguais porque têm exatamente os mesmos pontos.

Mas "(a+b)(a-b)=64" e "a^2-b^2-64=0" são equações "diferentes" porque uma começa com "(" e a outra com "a" - ou seja, vamos ver equações como seqüência de caracteres. _Não dá pra definir formalmente em GA conceitos como igualdade e equivalência de equações_... Mas já definimos quando é que dois conjuntos são iguais - dois conjuntos são iguais quando têm os mesmos pontos - e dá pra gente se virar só com igualdade de conjuntos.

Exercícios
==========

Note que o gabarito da questão 6 da prova termina com: "...então O', C', A' e r' são da forma (...), para a,b,u∈R, (a,b)!=(0,0)". A solução da questão 6 nos dá um modo de gerar todos os pares (C',r') onde C' é um círculo e r' é uma reta tangente a C' que passa pelo ponto (0,0); aliás, ela nos dá um modo de "parametrizar" todos estes pares (C',r'), usando parâmetros a,b,u.
Faça a mesma coisa para os seguintes problemas:

(1) Caracterize todos os pares (r,s) onde r e s são retas paralelas.
(2) Idem, mas para retas ortogonais.
(3) Idem, mas para retas paralelas r,s tais que d(r,s)=2.
(4) Caracterize todos os pares (C,A) onde C é um círculo e A é um ponto de C.
(5) Caracterize todos os pares (C,D) onde C e D são círculos tangentes.

Sugestão: primeiro resolva a "parte matemática" destes exercícios, depois tente escrever as soluções de algum modo que obedeça todas as regras listadas acima (na "20ª aula").

22.5ª aula (27/mai): aula extra, 14-16hs.

23ª aula (01/jun):
24ª aula (02/jun): P1 (*** nova data!!! ***)
Questões e gabarito:
http://angg.twu.net/GA/GA_P1_2011jun01.pdf
http://angg.twu.net/GA/GA_P1_2011jun01.djvu
Regras:
http://angg.twu.net/LATEX/2011-1-GA-regras.pdf

25ª aula (08/jun): vi que eu iria chegar atrasado demais, e mandei um e-mail pros alunos avisando que a aula de hoje seria cancelada e reposta depois.
Dêem uma olhada nestas listas do Reginaldo:
http://angg.twu.net/GA/lista1_GA_2011.1.pdf
http://angg.twu.net/GA/lista2_1_2011.pdf <== ***novidade***
http://angg.twu.net/GA/lista3_1_2011.pdf <== ***novidade***
http://angg.twu.net/GA/lista4_1_2011.pdf
http://angg.twu.net/GA/lista5_1_2011.pdf
http://angg.twu.net/GA/lista6_1_2011.pdf <== ***novidade***
http://angg.twu.net/GA/lista7_1_2011.pdf <== ***novidade***
Vou preparar uma lista de sistemas de coordenadas e entregá-la amanhã.

26ª aula (09/jun):
Discutimos alguns problemas desta lista de exercícios:
http://angg.twu.net/GA/GA_lista_2011jun09.pdf
http://angg.twu.net/GA/GA_lista_2011jun09.djvu

27ª aula (15/jun):
28ª aula (16/jun):

29ª aula (22/jun):
30ª aula (23/jun): feriado.

31ª aula (29/jun):
32ª aula (30/jun):

33ª aula (06/jul): mini-teste.

34ª aula (07/jul): P2

35ª aula (13/jul): VR
36ª aula (14/jul): VS

Scans (depois eu ponho eles nos "dias" certos):
http://angg.twu.net/GA/GA_exercicios_2011jun16.djvu
http://angg.twu.net/GA/GA_exercicios_2011jun16.pdf
http://angg.twu.net/GA/GA_miniteste_2011jul06.djvu
http://angg.twu.net/GA/GA_miniteste_2011jul06.pdf
http://angg.twu.net/GA/GA_P2_2011jul07.djvu
http://angg.twu.net/GA/GA_P2_2011jul07.pdf
http://angg.twu.net/GA/GA_VS_2011jul14.djvu
http://angg.twu.net/GA/GA_VS_2011jul14.pdf

Notas finais:

	NF
Aline	2.4
Amanda	1.7
André	6.0
Bruno	2.5
Camila	6.8
Carlos	0.7
Douglas	0.0
Emerson	1.0
Erick	6.0
Fernando	0.0
Iury	0.3
João Gabriel	6.7
João Vitor	4.0/6.0
Lucas Aguiar	0.0
Lucas Barroso	2.1
Lucas Ceschin	5.9/6.0
Luis Everardo	0.1
Natali	5.5/6.0
Rodolfo	9.5
Rômulo	0.3
Sávio	0.9
Thiago	4.1/6.0
Thiara	2.7
Vitor	2.3

Links relevantes (desorganizados por enquanto):

http://www.professores.uff.br/reginaldodr/
http://www.labma.ufrj.br/~mcabral/bvm-ufrj-disciplina.html
http://www.professores.uff.br/jorge_delgado/
http://www.professores.uff.br/jorge_delgado/livros/ga-vol1.pdf <- estamos usando este!!!
http://www.professores.uff.br/jorge_delgado/livros/ga-vol2.pdf
http://www.professores.uff.br/jorge_delgado/livros/ga-vol3.pdf

http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/1vetores.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/reta.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/produto_interno.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/conicas.pdf

http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/coordenadas.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/dependencia_linear.p
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/eq_parametricas.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/produto_interno.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/eq_cartesiana_plano.
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/produto_vetorial.pdf

http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/distancias.pdf
http://www.professores.uff.br/reginaldodr/images/stories/ga/slides_espaco/quadricas.pdf