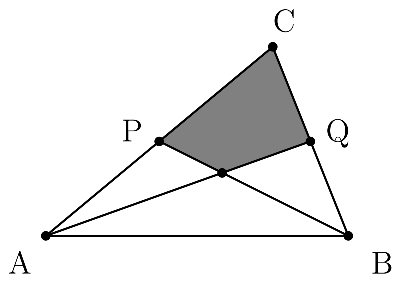
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
FACULDADE FEDERAL DE RIO DAS OSTRAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA (RCT)
Geometria Analítica e Cálculo Vetorial
$2^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios – 1/2011

1. O triângulo ABC, com $A = (-a, 0)$, $B = (a, 0)$ e $C = (0, y)$ é equilátero. Quais são os valores possíveis de y?

2. Sejam $A = (a, 0)$ e $B = (0, a)$, com $a \neq 0$. Ache x de modo que o ponto $C = (x, x)$ seja o terceiro vértice do triângulo equilátero ABC.

3. Qual ponto do eixo OX é equidistante dos pontos $A = (1, -3)$ e $B = (3, 1)$?

4. No triângulo a seguir, os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ medem respectivamente 4, 3 e 2. Os pontos P e Q são os pontos médios dos segmentos a que pertencem. Calcule a área sombreada.



5. Para cada reta e ponto dados abaixo encontre a equação da reta paralela e da reta perpendicular passando pelo ponto:

   a) $y = -2x + 5$, $P = (1, 1)$;
   b) $3y + 2y = 10$, $P = (0, 1)$;
   c) $y = 3$, $P = (-1, 2)$;
   d) $y = \pi x + \pi$, $P = (\sqrt{2}, 3)$.

6. Encontre as coordenadas do ponto P interseção do círculo de centro $(0, 1)$ e raio 1 com a reta que passa pelo ponto $(0, 2)$ e corta o eixo OX.

7. Exprima, como combinação linear de $\overrightarrow{u} = (-2, 1)$ e $\overrightarrow{v} = (1, -1)$, os seguintes vetores:

   a) $\overrightarrow{w} = (1, 1)$ b) $\overrightarrow{u} = (-2, 1)$ c) $\overrightarrow{v} = (1, -1)$ d) $\overrightarrow{e}_1 = (1, 0)$ e) $\overrightarrow{w} = (3, 2)$.

8. Ache os pontos da reta $y = 2x + 1$ que estão situados à distância 2 da origem.

9. Qual é o ponto de ordenada 3 na reta paralela a $3x - 2y = 2$ passando pelo ponto $A = (5, -1)$?

10. Quais são as paralelas situadas à distância 5 da reta $3x - 4 = 1$?

11. Qual é a distância entre as retas $x - 3y = 4$ e $2x - 6y = 1$?

12. Qual é o ponto de interseção da reta $ax + by = c$ com a reta OA, onde $A = (a, b)$?

13. Em que pontos a reta $ax + by = c$ corta oes eixos OX e OY?

14. Obtenha equações paramétricas para a reta que passa pelo ponto $(2, 3)$ e é perpendicular à reta $5x - 3y = 2$.

15. Determine a e b de modo que as equações $x = at+1$, $y = bt+5$ sejam uma representação paramétrica da reta $y = 2x + 3$.

16. A reta definida pelas equações paramétricas $x = 2t + t$ e $y = 3t + 8$ forma um ângulo agudo α com a reta $5x + 11y = 6$. Determine α.

17. Que ângulos faz a reta $3x + 4y = 7$ com os eixos OX e OY?

18. Escreva, sob a forma $ax + by = c$, a equação da reta que passa pela origem e faz um ângulo de 45^0 com a reta $\frac{x}{2} + \frac{y\sqrt{3}}{2} = 1$.

19. Determine a distância Δ do ponto $P = (3, 1)$ à reta $x+2y = 3$. Ache o ponto $Q = (x, y)$ sobre esta reta, tal que $d(P, Q) = \Delta$

20. Em cada caso abaixo determine as retas que passam pelo ponto P e formam o ângulo θ com a reta r :

    a) $P = (1, 1)$, $\theta = 30°$ e $r : x - 3y = 1$;
    b) $P = (-5, 3)$, $\theta = 90°$ e $r : y = 2x - 1$;
    c) $P = (-1, 1)$, $\cos\theta = \frac{1}{3}$ e $r : 3x + 2y = 1$.

21. Marque no plano OXY o pontos $O = (0, 0)$, $A = (0, 3)$, $B = (3, 3)$, $C = (3, 1)$, $D = (5, 1)$ e $E = (5, 0)$. Considere uma chapa formada pelo interior do polígono $OABCDE$. A reta formada pelo segmento $\overline{OC}$ divide a chapa numa razão $k = \frac{\text{area}(OABC)}{\text{area}(OCDE)}$, encontre o valor de k. Encontra a equação de uma reta r, passando pela origem, que divide a chapa em duas partes de mesma área. Essa reta é única? E uma reta passando pelo ponto B?

22. Encontre os pontos de $r : x + y - 1 = 0$ que equidistam de $A = (3, 2)$ e $B = (2, -1)$.

23. Determine o ponto de $r : 2x - y - 2 = 0$ tal que a soma de suas distâncias a $P = (2, 1)$ e a $Q = (1, 1)$ seja mínima. E determine o ponto de r tal que o módulo da diferença entre as distância seja máximo.

24. Dados os pontos $A = (2, 4)$, $B = (3, 1)$ e $C = (5, 3)$, obtenha as equações das retas mediatrizes dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ e determine as coordenadas da interseção dessas retas. A partir daí, ache a equação da circunferência que passa por A, B e C.

25. No exercício anterior, mantenha os pontos A e B mas substitua C pelo ponto $D = (1, 7)$. Qual será a resposta?

26. Qual é a equação da circunferência que passa pelos pontos $A = (1, 2)$, $B = (3, 4)$ e tem o centro sobre o eixo OY?

27. Diz-se que duas circunferências se cortam ortogonalmente quando, em cada ponto da sua interseção, as tangentes respectivas são perpendiculares. Isto ocorre se, e somente se, o quadrado da distância entre seus centros é igual à soma dos quadrados dos seus raios (por quê?). A partir daí, mostre que as duas circunferências

$$x^2 + y^2 - 4x + 5y - 2 = 0 \text{ e}$$

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y - 19 = 0$$

cortam-se ortogonalmente.

28. Identifique as cônicas

a) $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$;

b) $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$;

c) $10y^2 + 8x - 30y - 9 = 0$;

d) $x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0$;

e) $9x^2 - 16y^2 - 54x + 32y - 79 = 0$;

f) $y^2 - x^2 + 3x + y - 2 = 0$;

g) $x^2 + 2y^2 - 3xy + 3x - 5y + 2 = 0$;