

EXERCÍCIOS DE PREPARAÇÃO
 PARA A P2 DE CÁLCULO IV
 PURD-UFF, 30/NOV/2009
 PROF: EDUARDO OCHS

SEJAM $\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}, \vec{K}$ OS
 SEGUINTEZ CAMPOS EM \mathbb{R}^2 :

$$\vec{F}(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2} \overrightarrow{(x,y)},$$

$$\vec{G}(x,y) = \vec{F}(x-2,y),$$

$$\vec{H}(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2} \overrightarrow{(-y,x)},$$

$$\vec{K}(x,y) = \vec{H}(x-2,y)$$

① REPRESENTAR GRAFICAMENTE
 OS CAMPOS $\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}, \vec{K}$.

DICA: PARA \vec{F} E \vec{H} COMECE
 COM OS PONTOS

$$(1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1),$$

$$(2,0), (0,2), (-2,0), (0,-2),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right), \left(0, \frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, 0\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right);$$

PARA \vec{G} E \vec{K} USE PONTOS
 PARECIDOS, MAS DESLOCADOS
 DUAS UNIDADES PARA A DIREITA.

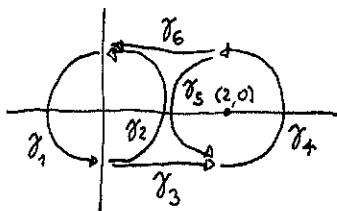
② CALCULE O DIVERGENTE E O
 ROTACIONAL DOS CAMPOS
 $\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}, \vec{K}$.

③ ENCONTRE UMA FUNÇÃO DE
 POTENCIAL PARA CADA UM DOS
 CAMPOS $\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}, \vec{K}$ QUE FOR
 IRROTACIONAL. DICAS: COMECE
 ENCONTRANDO QUALS DEVEM SER
 AS CURVAS DE NÍVEL DAS FUNÇÕES

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

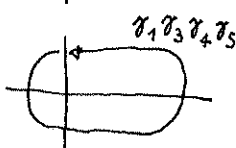
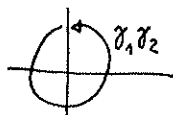
SE ELAS EXISTIREM. PODE SER
 QUE ELAS NÃO POSSAM SER
 DEFINIDAS EM TODO \mathbb{R}^2 .

SEJAM $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$
 OS SEGUINTEZ CAMINHOS
 EM \mathbb{R}^2 :



γ_1 E γ_2 SÃO PERCORREM
 SEMICÍRCULOS DE RAIOS 1
 CENTRADOS EM (0,0);
 γ_4 E γ_5 PERCORREM
 SEMICÍRCULOS DE RAIOS 1
 CENTRADOS EM (2,0);
 γ_3 PERCORRE O SEGMENTO
 DE RETA ENTRE (0,-1)
 E (2,-1), E γ_4 PERCORRE
 O SEGMENTO ENTRE (2,1)
 E (0,1).

VAMOS USAR A NOTAÇÃO
 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$, ETC, PARA
 INDICAR CONCATENAÇÃO DE
 CAMINHOS.



④ CALCULE:

$$\int_{\gamma_1, \gamma_2} \vec{H} \cdot d\gamma, \int_{\gamma_4, \gamma_5} \vec{H} \cdot d\gamma,$$

$$\int_{\gamma_1, \gamma_2} \vec{K} \cdot d\gamma, \int_{\gamma_4, \gamma_5} \vec{K} \cdot d\gamma,$$

$$\int_{\gamma_1, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5} (\vec{H} + \vec{K}) \cdot d\gamma,$$

$$\int_{\gamma_3, \gamma_4, \gamma_5} \vec{H} \cdot d\gamma.$$

⑤ CALCULE:

$$\int_{\gamma_1, \gamma_2} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds, \int_{\gamma_4, \gamma_5} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds,$$

$$\int_{\gamma_1, \gamma_5} \vec{G} \cdot \vec{n} \, ds, \int_{\gamma_1, \gamma_2} \vec{G} \cdot \vec{n} \, ds,$$

$$\int_{\gamma_1, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5} (\vec{F} + \vec{G}) \cdot \vec{n} \, ds,$$

$$\int_{\gamma_3, \gamma_4, \gamma_5} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds.$$