Notas sobre equações diferenciais de 1ª ordem
EDOs da forma $y' = \alpha y$:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{y' = \alpha y}{y'/y = \alpha}}{(\ln y)' = \alpha}}{\ln y = \int \alpha}}{y = \exp \int \alpha} \qquad \dfrac{\dfrac{y = \exp \int \alpha}{y' = (\exp \int \alpha)(\int \alpha)'}}{y' = y\alpha}$$

EDOs da forma $y' + \alpha y = \beta$:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{(fy)' = fy' + f'y} \quad \dfrac{f = \exp \int \alpha}{f' = f\alpha}}{(fy)' = fy' + f\alpha y} \qquad \dfrac{y' + \alpha y = \beta}{fy' + f\alpha y = f\beta}}{(fy)' = f\beta}}{fy = \int f\beta}}{y = (\int f\beta)/f}$$

EDOs da forma $y' = f(x)/g(y)$:
Se $u = u(x)$, $v = v(y)$ e $dy/dx = u_x/v_y$ então:
$v_y\, dy = u_x\, dx$
$dv = v_y\, dy = u_x\, dx = du$
$\frac{dv}{du} = 1$
As soluções são da forma $v - u =$ constante, isto é,
as curvas de nível de $v(y) - u(x)$.

EDOs separáveis da forma $A(x, y) + B(x, y)y' = 0$, onde $A_y = B_x$:
Se $\psi = \psi(x, y)$ então as soluções de $\psi_x + \psi_y y' = 0$ são as curvas de nível de ψ.

Se $A = A(x, y)$, $B = B(x, y)$ e $A_y = B_x$ então as soluções de $A + By' = 0$ são as curvas de nível de ψ, onde:

$$\begin{aligned} \psi(x_1, y_1) &= \int_{x_0}^{x_1} A(x, y_0)\, dx + \int_{y_0}^{y_1} B(x_1, y)\, dy \\ &= \int_{y_0}^{y_1} B(x_0, y)\, dy + \int_{x_0}^{x_1} A(x, y_1)\, dy \end{aligned}$$