Notas sobre a idéia de "método"
Geometria Analítica - PURO-UFF - 2014.1
7/maio/2014 (versão: veja o rodapé)
Prof: Eduardo Ochs

1) Sejam
$a, b, c \in \mathbb{R}$,
$C = \{\, x \in \mathbb{R} \mid ax^2 + bx + c = 0 \,\}$,
$\Delta = b^2 - 4ac$,
e digamos que $\Delta \geq 0$.
Sejam
$x_- = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$,
$x_+ = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$,
$C' = \{\, x_-, x_+ \,\}$.
Então (teorema!):
$C = C'$.

2) Sejam
$a, b \in R$,
$A, B \in \mathbb{R}^2$, $\vec{v}$ um vetor não-nulo em $\mathbb{R}^2$,
$r = \{\, A + t\vec{v} \mid t \in \mathbb{R} \,\}$,
$\vec{w} = \mathrm{Pr}_{\vec{v}}\, \overrightarrow{AB}$,
$C = A + \vec{w}$.
Então $C \in r$ e:
$\overrightarrow{BC} \perp \vec{v}$, e
C é o ponto de r mais próximo de B.

3) Sejam
$a, b \in R$,
$A \in \mathbb{R}^2$, $\vec{v}$ um vetor não-nulo em $\mathbb{R}^2$,
$r = \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = ax + b \,\}$,
$s = \{\, A + t\vec{v} \mid t \in R \,\}$,
$A = (A_1, A_2)$, $\vec{v} = \overrightarrow{(v_1, v_2)}$,
$t_0 = \frac{-A_1 + aA_2 + b}{v_1 - av_2}$,
$B = A + t_0\vec{v}$.
Então:
$r \cap s = \{B\}$.

4) Sejam
$x_0, y_0, R \in \mathbb{R}$,
$C = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2 \,\}$,
$C' = \{(x_0, y_0+R), (x_0-R, y_0), (x_0+R, y_0), (x_0, y_0-R)\}$.
Então:
$C' \subset C$.

5) Sejam
$x_0, y_0, R \in \mathbb{R}$,
$C = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2 \,\}$,
$I \in C$,
$\vec{v}$ um vetor não-nulo em $\mathbb{R}^2$,
$r = \{\, I + t\vec{v} \mid t \in \mathbb{R} \,\}$,
M o ponto de r mais próximo de (x_0, y_0),
$I' = M + \overrightarrow{IM}$.
Então:
$C \cap r = \{\, I, I' \,\}$.

6) Sejam
$A, B, C \in \mathbb{R}^2$, com $A \neq B$ e $B \neq C$.
Então:
$\cos(A\hat{B}C) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{||\overrightarrow{BA}||\,||\overrightarrow{BC}||}$,
$\mathrm{Pr}_{\overrightarrow{BA}} \overrightarrow{BC} = ||\overrightarrow{BC}||(\cos A\hat{B}C) \frac{\overrightarrow{BA}}{||\overrightarrow{BA}||}$.

7) Sejam
$A, B, C \in \mathbb{R}^2$, com $A \neq B$ e $B \neq C$.
Sejam
$\vec{w} = ||\overrightarrow{BC}||\overrightarrow{BA} + ||\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}$,
$D = B + \vec{w}$.
Então
$\cos(A\hat{B}D) = \cos(D\hat{B}C)$.

O (1) é um método (Bhaskara) para resolver equações de 2º grau.

O (2) é um método para encontrar o ponto de uma reta (parametrizada) mais próximo de um ponto dado.

O (3) é um método para encontrar a interseção de uma reta dada por uma equação cartesiana e uma reta parametrizada.

O (2) e o (3) caíram na P1.

O (4) é o modo de encontrar os quatro pontos "mais óbvios" de um círculo.

O (5) é um modo de encontrar o outro ponto de interseção de um círculo C e uma reta r se já conhecemos um ponto de $C \cap r$.

O (6) é um modo de calcular o cosseno de um ângulo.

O (7) e um modo de dividir um ângulo em dois.