Geometria Analítica
PURO-UFF - 2015.2
VR - 28/mar/2016 - Eduardo Ochs
Links importantes:
http://angg.twu.net/2015.2-GA.html (página do curso)
http://angg.twu.net/2015.2-GA/2015.2-GA.pdf (quadros)
http://angg.twu.net/LATEX/2015-2-GA-VR.pdf (esta prova)
eduardoochs@gmail.com (meu e-mail)

1) **(Total: 3.5)** Sejam $r : y = \frac{3}{4}x - 2$ e $s : y = 2x - 7$.
a) **(0.5 pts)** Seja $A \in r \cap s$. Dê as coordenadas de A.
b) **(0.5 pts)** Encontre um ponto $P \in s$ tal que $d(P, r) = 2$.
c) **(0.5 pts)** Dê a equação do círculo C centrado em P que passa por A.
d) **(0.5 pts)** Encontre o ponto $B \in r$ mais próximo de P.
e) **(0.5 pts)** Dê as coordenadas dos dois pontos de $C \cap r$.
f) **(0.5 pts)** Dê as coordenadas dos dois pontos de $C \cap s$.
g) **(0.5 pts)** Represente tudo graficamente.

2) **(Total: 1.5)** Sejam $E : 16x^2 - 160x + 25y^2 - 300y + 900 = 0$.
a) **(0.5 pts)** Dê a equação reduzida da elipse E.
b) **(0.5 pts)** Encontre quatro pontos $P_0, P_1, P_2, P_3 \in E$.
c) **(0.5 pts)** Encontre os focos F_1 e F_2 de E.

3) **(Total: 2.0)** Sejam $A = (6, 0, 0)$, $B = (0, 6, 0)$, $C = (0, 0, 6)$, $D = (2, 4, 5)$, $P = (4, 4, 4)$, $r = \{\, A + \overrightarrow{AB} \mid t \in \mathbb{R} \,\}$, π' o plano que contém r e C, e π'' o plano que contém r e D.
a) **(0.5 pts)** Encontre o ponto $Q \in r$ mais próximo de P.
b) **(0.5 pts)** Encontre o ponto $P' \in \pi'$ mais próximo de P.
c) **(0.5 pts)** Encontre o ponto $P'' \in \pi''$ mais próximo de P.
d) **(1.0 pts)** Mostre que P, P', P'' e Q são coplanares.

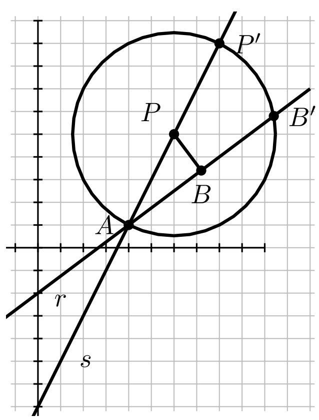
4) **(Total: 2.5)** Sejam $A = (4, 0, 0)$, $B = (0, 4, 0)$, $C = (0, 0, 7)$, $D = (0, 7, 0)$. Sejam r uma reta que passa por A e B, r' uma reta que passa por C e D, e s uma reta ortogonal a r e r' que corta ambas. Dê uma parametrização para s.

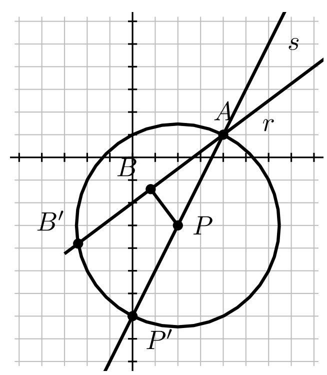
Mini-gabarito:

1a) $A = (4, 1)$

1b) $P = A + \overrightarrow{(2, 4)} = (6, 5)$
1c) $C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 6)^2 + (y - 5)^2 = \sqrt{20} \}$
1d) $B = A + \overrightarrow{(3.2, 2.4)} = (7.2, 3.4)$
1e) $B' = A + 2\overrightarrow{AB}$; $C \cap r = \{A, B'\}$
1f) $P' = A + 2\overrightarrow{AP}$; $C \cap s = \{A, P'\}$

Tem uma segunda solução, com:
1b) $P = A - \overrightarrow{(2, 4)} = (2, -3)$
1c) $C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \sqrt{20} \}$
1d) $B = A - \overrightarrow{(3.2, 2.4)} = (0.8, -1.4)$
Ela está desenhada abaixo à direita.





2a) $(\frac{x-5}{5})^2 + (\frac{y-6}{4})^2 = 1$
2b) $(5 - 5, 6)$, $(5 + 5, 6)$, $(5, 6 + 4)$, $(5, 6 - 4)$
2c) $(5 - 3, 6)$, $(5 + 3, 6)$

3) $\pi' = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 6 \}$, $\pi'' = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 6 \}$
3a) $Q = (2, 4, 0)$
3b) $P' = (2, 2, 2)$
3c) $P'' = (3, 3, 4)$
3d) $[\overrightarrow{PP'}, \overrightarrow{PP''}, \overrightarrow{PQ}] = 0$

4) $s = \{ (-1, 5, 0) + t\overrightarrow{(1, 1, 1)} \mid t \in \mathbb{R} \}$