Geometria Analítica
PURO-UFF - 2016.2
VS - 25/jan/2017 - Eduardo Ochs
Respostas sem justificativas não serão aceitas.
Proibido usar quaisquer aparelhos eletrônicos.

1) **(Total: 3.0)** Sejam:

$$\begin{array}{rcl} A & := & (2,2), \\ B & := & (0,2), \\ r_m & := & \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=2+mx\,\}, \quad (m\in\mathbb{R}) \\ r_\infty & := & \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=0\,\}, \\ C_m & \text{é} & \text{o ponto de } r_m \text{ mais próximo de } A. \end{array}$$

a) **(0.2 pts)** Represente graficamente A, B, $r_0, r_1, r_{-1}, r_\infty$.
b) **(0.4 pts)** Encontre e represente graficamente $C_0, C_1, C_{-1}, C_\infty$.
c) **(1.0 pts)** Calcule e represente graficamente $C_{1/3}$.
d) **(1.0 pts)** Encontre a equação de uma cônica que contenha $C_0, C_1, C_{-1}, C_\infty, C_{1/3}$.
e) **(0.4 pts)** Verifique que $C_0, C_1, C_{-1}, C_\infty, C_{1/3}$ obedecem a equação da cônica.

2) **(Total: 2.0)** Seja $H = \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (\frac{y}{2}-\frac{x}{4})(\frac{y}{2}+\frac{x}{4})=1\,\}$.
a) **(0.2 pts)** Represente graficamente as assíntotas de H.
b) **(0.2 pts)** Dê as equações das assíntotas de H.
c) **(0.8 pts)** Encontre dois pontos de H.
d) **(0.8 pts)** Represente graficamente H.

3) **(Total: 1.5)** Sejam $A=(2,0,0)$, $B=(0,3,0)$, $C=(2,3,4)$ e seja π o plano contendo A, B e C.
a) **(0.5 pts)** Se $\pi' = \{\,(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid ax+by+cz=d\,\}$ e $\pi'=\pi$, quem são a, b, c, d?
b) **(1.0 pts)** Encontre dois pontos de $\pi\cap\pi''$, onde $\pi'' = \{\,(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x+y=4\,\}$.

4) **(Total: 3.5)** Um dos "usos do '$\times$'" na folha 35 é o seguinte: se

$$\begin{array}{rcl} r & := & \{\,A+t\vec{u}\,\} t\in\mathbb{R}, \\ r' & := & \{\,B+t'\vec{v}\,\} t'\in\mathbb{R}, \\ C_\alpha & := & A+\alpha\vec{u}, \\ D_\beta & := & B+\beta\vec{v} \end{array}$$

então para encontrarmos os pontos onde r e r' ficam mais próximas basta resolver $\overrightarrow{C_\alpha D_\beta}\times(\vec{u}\times\vec{v})=\overrightarrow{(0,0,0)}$; aí a gente encontra α e β, e os pontos são $C_\alpha\in r$ e $D_\beta\in r'$.
a) **(1.0 pts)** Use isto para encontrar C_α e D_β no caso em que $A=(1,1,0)$, $\vec{u}=\overrightarrow{(2,0,0)}$, $\vec{v}=\overrightarrow{(2,3,0)}$, $B=A+\overrightarrow{(2,3,4)}$.
b) **(2.5 pts)** Use isto para encontrar C_α e D_β no caso em que r passa por $(1,0,0)$ e $(0,1,0)$ e r' passa por $(1,1,0)$ e $(0,1,1)$.
Confira os seus resultados!!!