Cálculo 3
PURO-UFF - 2019.1
P1 - 31/maio/2019 - Eduardo Ochs
Respostas sem justificativas não serão aceitas.
Proibido usar quaisquer aparelhos eletrônicos.

1) **(Total: 2.0)** Sejam $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 4$.
a) **(0.3 pts)** Encontre uma aproximação de 1ª ordem para f em torno de x_0.
b) **(0.7 pts)** Encontre uma aproximação de 2ª ordem para f em torno de x_0.
c) **(1.0 pts)** Represente graficamente as três funções.

2) **(Total: 3.0)** Seja $F(x,y) = 2 + 3x + 4x^2 + 5xy + 6x^3 + 7x^2y + 8x^3$.
a) **(1.0 pts)** Seja $G(x,y)$ uma aproximação 1ª ordem para F em torno do ponto $(x_0, y_0) = (10, 10)$. Dê a equação de G.
b) **(1.0 pts)** Seja $H(x,y)$ uma aproximação 2ª ordem para F em torno do ponto $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Dê a equação de H.
c) **(1.0 pts)** Seja $M(x,y) = F(x,y) - H(x,y)$. Dê a equação de M e calcule M, M_x, M_y, M_{xx}, M_{xy}, M_{yy} no ponto $(0, 0)$.

3) **(Total: 4.0)** Sejam $f(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t)$, $g(t) = (t, 0)$, $h(t) = (t + \cos t, \operatorname{sen} t)$.
a) **(1.0 pts)** Calcule $h(t)$, $h'(t)$ e $h''(t)$ no caso geral e para $t = k\frac{\pi}{2}$ para $k = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$.
b) **(1.0 pts)** Use os resultados do item anterior para fazer um esboço da trajetória $h(t)$.
c) **(1.0 pts)** Encontre um valor de t para o qual $h'(t) = 0$.
d) **(1.0 pts)** Seja t_0 o valor de t que você encontrou no item anterior. Obtenha uma aproximação de segunda ordem para a função h em torno de t_0 e use-a para calcular aproximações para $h(t_0 + 0.1)$ e $h(t_0 - 0.1)$.

4) **(Total: 1.0)** Calcule as derivadas parciais de 1ª e 2ª ordem de:
a) **(0.5 pts)** $e^2 \operatorname{sen}(xy)$,
b) **(0.5 pts)** $(x - y)/(x + y)$.

Gabarito (MUITO incompleto)
1) $f(x) = x^{1/2}$
$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2}$
$f''(x) = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}x^{-3/2} = -\frac{1}{4}x^{-3/2}$
$f(4) = 2$
$f'(4) = \frac{1}{4}$
$f''(4) = -\frac{1}{32}$
1a) $g(x_0 + \epsilon) = f(x_0) + \epsilon f'(x_0)$
$g(4 + \epsilon) = f(4) + \epsilon f'(4) = 2 + \frac{1}{4}\epsilon$
1b) $h(x_0 + \epsilon) = f(x_0) + \epsilon f'(x_0) + \frac{1}{2}\epsilon^2 f''(x_0)$
$h(4 + \epsilon) = f(4) + \epsilon f'(4) + \frac{1}{2}\epsilon^2 f''(4)$
$= 1 + \frac{1}{4}\epsilon + -\frac{1}{64}\epsilon^2$