

Cálculo 3
 PURO-UFF - 2019.2
 P2 - 12/dezembro/2019 - Eduardo Ochs
 Respostas sem justificativas não serão aceitas.
 Contas fora do ponto base zeram a questão!
 Proibido usar quaisquer aparelhos eletrônicos.

1) **(Total: 6.0)** Sejam

$$\begin{aligned} F(x, y) &= x - (y - 1)^2, \\ H(x, y) &= x^2 + 4y^2 - 4, \\ D &= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid H(x, y) \leq 0 \}, \\ L(x, y) &= F(x, y) - \lambda H(x, y). \end{aligned}$$

- (1.0 pts)** Represente graficamente algumas curvas de nível de $F(x, y)$.
- (1.0 pts)** Represente graficamente o conjunto D .
- (1.5 pts)** Encontre os pontos $(x, y, \lambda) \in \mathbb{R}^3$ nos quais $(L_x, L_y, L_\lambda) = (0, 0, 0)$.
- (1.5 pts)** Verifique que os pontos que você encontrou no item anterior são os pontos da fronteira de D em que ∇F é múltiplo de ∇H .
- (1.0 pts)** Algum dos pontos que você obteve no item anterior é o máximo global de F em D ? Algum deles é o mínimo global? Porquê? Explique usando o que você descobriu nos itens anteriores.

2) **(Total: 4.5)** Sejam:

$$\begin{aligned} t_0 &= 5, \\ g(5) &= 6, \\ h(5) &= 7, \\ g'(5) &= 1, \\ h'(5) &= m, \\ g''(t) &= 0, \quad (\text{para todo } t \in \mathbb{R}) \\ h''(t) &= 0, \quad (\text{para todo } t \in \mathbb{R}) \\ F(x, y) &= 4(x - 6)^2 + \gamma(x - 6)(y - 7) + 9(y - 7)^2, \\ \alpha &= \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} F(g(t_0), h(t_0)). \end{aligned}$$

Será que o ponto $(g(t_0), h(t_0))$ é mínimo local da F ? Qual é o comportamento da F em torno deste ponto? Ela é um parabolóide, uma sela, ou o quê?...

- (2.0 pts)** Calcule α .
- (1.0 pts)** Suponha que $\gamma = 12$. Encontre o único valor de m que faz $\alpha = 0$.
- (1.0 pts)** Suponha que $\gamma = 0$. Mostre que não existe $m \in \mathbb{R}$ com $\alpha = 0$.
- (0.5 pts)** Suponha que m tenha o valor que você encontrou no item b. Represente graficamente a trajetória $(g(t), h(t))$ e indique nela os pontos com $t = 4$, $t = 5$ e $t = 6$.