

# Cálculo 2 - 2020.1

Instruções para a VS — que vai ser  
um trabalho em vídeo ao invés de uma prova

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF  
<http://angg.twu.net/2020.1-C2.html>

O tema **básico** deste trabalho vai ser como calcular esta integral:

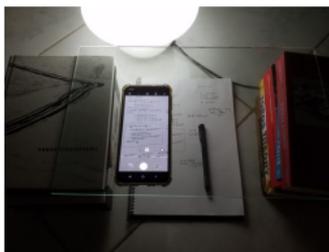
$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

Ela é bem difícil, e quase todo mundo erra tanto nas contas quanto como nos argumentos geométricos das 20 primeiras vezes que tenta calculá-la. Os vídeos são para serem entregues na quinta, e até lá eu recomendo que você discuta bastante com os seus colegas tanto no canal da turma quanto por mensagens privadas, e que você grave vários vídeos pra treinar. Eu vou ficar disponível no canal do Telegram pra dar dicas e vou tirar *algumas* dúvidas, mas em geral eu o que eu vou fazer vai ser orientar as pessoas pra descobrirem quase tudo por si mesmas — e vou dar algumas dicas de livros e páginas na internet.

Obs: este trabalho vai dar MUITO trabalho! Comece o mais rápido possível!

Por enquanto este PDF tem um roteiro básico com coisas que todo mundo vai ter que saber muito bem e vai ter que saber apresentar muito bem. Aos poucos eu vou acrescentar mais itens nele, incluindo alguns itens específicos para cada aluno.

Uma dica sobre equipamento: dá pra fazer vídeos incrivelmente bons apoiando o celular num pedaço de vidro apoiado em duas pilhas de livros, como na foto abaixo. O meu vidro tem 40cm×25cm e eu comprei ele numa vidraçaria perto do PURO por acho que R\$15 ou R\$20. Eu usava um abajur pra iluminação ficar melhor, mas é opcional. Foto:



Eu pus na página do curso vários links sobre como escrever matemática claramente - procure em “Alguns textos pra discutir a correção das provas”. Este aqui é o mais importante de todos:

<http://angg.twu.net/LATEX/material-para-GA.pdf#page=5>

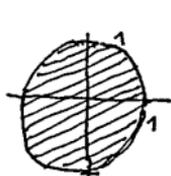
Eu recomendo que as pessoas que ficaram em VS discutam entre si, tanto pra tirar dúvidas quanto pra ensaiar pedaços das suas apresentações e ver se estão encontrando modos claros de apresentar o material dos seus trabalhos. Pra incentivar isso eu vou fazer o seguinte:

*Perguntas feitas no grupo do Telegram serão respondidas com muito mais boa vontade do que perguntas feitas em privado.*

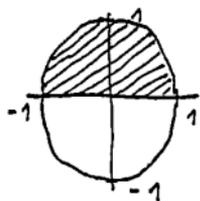
Sugiro que a discussão seja feita no grupo do Telegram da turma de de tarde, e que as pessoas da turma de de manhã entrem no grupo da turma de de tarde pra participar.

## Área do pedaço de pizza

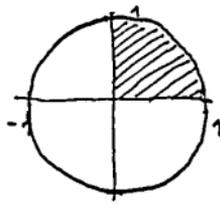
USE A FÓRMULA DA ÁREA DO CÍRCULO PARA CALCULAR A ÁREA DOS SEGUINTE PEDACOS DE UMA PIZZA DE RAI0 1:



PIZZA INTEIRA



MEIA PIZZA



UM QUARTO DE PIZZA



UM OITAVO DE PIZZA



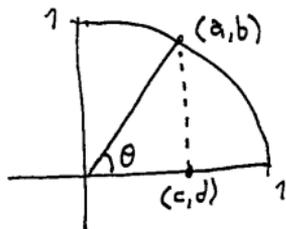
UM SEXTO DE PIZZA



$\frac{1}{12}$  DA PIZZA

## Calculando algumas áreas em função de $\theta$

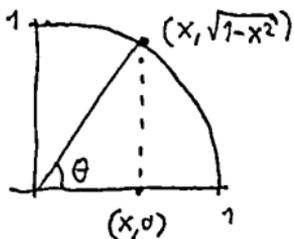
A FIGURA ABAIXO REPRESENTA  
UM PEDAÇO DE PIZZA "DE ÂNGULO  $\theta$ ":



- DÊ AS COORDENADAS DO PONTO  $(a, b)$ .
  - DÊ AS COORDENADAS DO PONTO  $(c, d)$ .
  - DÊ A ÁREA DESTA FATIA.
  - DÊ A ÁREA DO TRIÂNGULO .
  - DÊ A ÁREA DA PARTE À  
DIREITA DO TRIÂNGULO: .
- (COMO FUNÇÕES DE  $\theta$ ).

## Calculando algumas áreas em função de $x$

E SE AO INVÉS DE COMEÇARMOS  
SABENDO O VALOR DE  $\theta$  NÓS  
COMEÇAMOS SABENDO O VALOR DE  $x$ ?



DÉ O VALOR DE  $\theta$  (COMO FUNÇÃO DE  $x$ ).

DÉ A ÁREA DA FATIA (IDEM).

DÉ A ÁREA DO TRIÂNGULO .

DÉ A ÁREA DA PARTE À  
DIREITA DO TRIÂNGULO: .

Agora represente graficamente

$$\int_{x=0}^{x=0} \sqrt{1-x^2} dx,$$
$$\int_{x=0}^{x=\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx,$$
$$\int_{x=0}^{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{1-x^2} dx,$$
$$\int_{x=0}^{x=\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} dx,$$
$$\int_{x=0}^{x=1} \sqrt{1-x^2} dx,$$

e use o que você aprendeu nos slides anteriores pra dar uma fórmula que calcula

$$\int_{x=0}^{x=b} \sqrt{1-x^2} dx$$

para qualquer valor de  $b$  em  $0 \leq b \leq 1$ .

**Dê um nome para esta sua fórmula.**

Teste-a para  $b = 0$ ,  $b = 1/2$ ,  $b = \sqrt{2}/2$ ,  $b = \sqrt{3}/2$ ,  $b = 1$ .

## Por substituição trigonométrica

Agora calcule

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

por substituição trigonométrica.

**Dê um nome para a fórmula que você obteve.**

Você provavelmente vai precisar de duas identidades trigonométricas “clássicas”:

$$(\cos \theta)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \text{ e}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

O mini-teste 2 vai ter um método fácil de deduzir estas identidades trigonométricas e várias outras.

## Por substituição trigonométrica

Use a fórmula que você obteve na página anterior para calcular

$$\int_{x=0}^{x=b} \sqrt{1-x^2} dx$$

Teste-a para  $b = 0$ ,  $b = 1/2$ ,  $b = \sqrt{2}/2$ ,  $b = \sqrt{3}/2$ ,  $b = 1$  e veja se ela dá os mesmos resultados que o argumento geométrico.