

# Cálculo 3 - 2020.1

P1 (Primeira prova)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.1-C3.html>

## Regras para a P1:

As questões da P1 serão disponibilizadas às 16:45 da sexta-feira 27/nov/2020 e você deverá entregar as respostas **escritas à mão** até as 16:45 do sábado 28/nov/2020 na plataforma Classroom. Se o Classroom der algum problema mande também para este endereço de e-mail:

**eduardoochs@gmail.com**

Provas entregues após este horário não serão considerados.

Durante as 24 horas do mini-teste o professor não responderá perguntas sobre os assuntos do mini-teste, mas você pode discutir com os seus colegas... **só que as respostas devem ser individuais.**

### Questão 1

(Total: 2.0 pts)

(Baseada no exercício 2 da aula 13)

Sejam  $F(x, y) = x \cdot y$  e  $(x_0, y_0) = (4, 2)$ .

- Calcule  $F_x$  e  $F_y$  no ponto  $(x_0, y_0)$ .
- calcule a aproximação para  $F_x(x_0, y_0)$  usando  $\Delta x = 0.1$ .
- calcule a aproximação para  $F_x(x_0, y_0)$  usando  $\Delta x = -0.1$ .
- calcule a aproximação para  $F_y(x_0, y_0)$  usando  $\Delta y = 0.1$ .
- calcule a aproximação para  $F_y(x_0, y_0)$  usando  $\Delta y = -0.1$ .

Cada item vale 0.4 pts.

## Questão 2

(Baseada no material das aulas 7 e 8)

(Valor total da questão: 8.0 pts.)

(Total nesta página: 3.0 pts.)

Sejam  $G(x, y) = x^2 + 4y^2$ .  $H(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2}$ .

a) (1.0 pts) Desenhe pelo menos quatro curvas de nível de  $z = G(x, y)$ .

b) (1.0 pts) Desenhe pelo menos quatro curvas de nível de  $z = H(x, y)$ .

c) (0.1 pts) Calcule  $\nabla G$ .

d) (0.2 pts) Calcule  $\nabla G(3, 1)$ .

e) (0.3 pts) Calcule  $\nabla H$ .

f) (0.4 pts) Calcule  $\nabla H(3, 1)$ .

**Questão 2 (continuação)**

(Total nesta página: 2.5 pts.)

g) (1.5 pts) Digamos que  $z = H(x, y)$ . Faça as contas com diferenciais e encontre as expressões que só dependem de  $x$  e  $y$  — não de  $dx$ ,  $dy$ ,  $\frac{dx}{dy}$ , etc — que você pode pôr nas lacunas da igualdade abaixo para torná-la verdadeira:

$$dz = \underline{\hspace{2cm}} dx + \underline{\hspace{2cm}} dy$$

h) (1.0 pts) O que acontece na (g) quando  $x = 3$  e  $y = 1$ ? O resultado que você obteve na (g) no ponto  $(3, 1)$  é compatível com o resultado que você obteve na (f)? Explique.

**Questão 2 (continuação)**

(Total nesta página: 2.5 pts.)

i) (1.5 pts) Digamos que  $z = H(x, y)$ ,  $y = f(x)$ , e que esta  $f$  “percorre uma curva de nível da  $H$ ” — ou seja,  $\frac{dz}{dx} = 0$ . Encontre uma expressão que só depende de  $x$  e  $y$ , isto é, não de  $dx$ ,  $dy$ ,  $\frac{dx}{dy}$ ,  $z$ , etc, que você pode pôr na lacuna da igualdade abaixo para torná-la verdadeira:

$$\frac{dy}{dx} = \text{_____}.$$

j) (1.0 pts) O que acontece na (i) quando  $x = 3$  e  $y = 1$ ? O resultado que você obteve na (i) no ponto  $(3, 1)$  é compatível com o resultado que você obteve na (f)? Explique.