

Cálculo 3 - 2020.1

P2 (Segunda prova)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.1-C3.html>

Regras para a P2:

As questões da P2 serão disponibilizadas às 18:00 da quarta-feira 02/dez/2020 e você deverá entregar as respostas **escritas à mão** até as 18:00 da sexta 04/dez/2020 na plataforma Classroom. Se o Classroom der algum problema mande também para este endereço de e-mail:

eduardoochs@gmail.com

Provas entregues após este horário não serão considerados.

Durante as 24 horas do mini-teste o professor não responderá perguntas sobre os assuntos do mini-teste, mas você pode discutir com os seus colegas... **só que as respostas devem ser individuais.**

Questão 1
(Total: 5.0)

Sejam:

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 5, d((x, y), (5, 5)) > 5 \},$$

$$B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 5, d((x, y), (5, 5)) \geq 5 \},$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &= d((x, y), (1, 2))^2 \\ &= (x - 1)^2 + (y - 2)^2. \end{aligned}$$

- a) **(0.5 pts)** Represente A graficamente.
- b) **(0.5 pts)** Represente B graficamente.
- c) **(1.0 pts)** Dos dois conjuntos A e B um é compacto e outro não. Descubra qual é qual e explique porquê.

Questão 1 (continuação)

A partir daqui C é o conjunto compacto do item anterior e N é o conjunto não compacto.

- d) **(0.5 pts)** Represente graficamente as curvas de nível de $F(x, y)$ em \mathbb{R}^2 .
- e) **(0.5 pts)** Represente graficamente as curvas de nível de $F(x, y)$ em C .
- f) **(1.0 pts)** Represente graficamente as curvas de nível de $F(x, y)$ em N . (Aqui N é o “conjunto admissível da F ”; veja o cap.10 do Bortolossi.)
- g) **(1.0 pts)** Use as curvas de nível pra mostrar que a função F assume valores positivos arbitrariamente próximos de zero em N mas não assume o valor zero em N ; use isto pra mostrar que esta F não tem mínimo global em N . Use desenhos e português pra explicar as suas idéias.

Questão 2
(Total: 3.0)

Sejam

$$\begin{aligned}(x_0, y_0) &= (5, 2), \\ F(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta x) &= \Delta x^2 + \Delta x \Delta y - 6\Delta y^2, \quad \text{isto é,} \\ F(x, y) &= (x - x_0)^2 + (x - x_0)(y - y_0) - 6(y - y_0)^2, \quad \text{e} \\ H_k &= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = y_0 + k \}.\end{aligned}$$

- a) **(0.5 pts)** Represente graficamente os conjuntos $H_1, H_{0.1}, H_0, H_{-0.1}, H_{-1}$.
b) **(1.0 pts)** Faça o “estudo de sinal” da função F no conjunto H_1 . Dica:

http://www.matematica.pucminas.br/profs/web_fabiano/calculo1/sinal.pdf

Questão 2 (continuação)

(Dica: refaça os exercícios da aula 19!)

- c) **(0.5 pts)** Transporte o que você descobriu sobre a F em H_1 para H_{-1} .
- d) **(0.5 pts)** Transporte o que você descobriu sobre a F em H_1 para $H_{0.1}$.
- e) **(0.5 pts)** Esta função F não tem mínimo global em \mathbb{R}^2 . Explique por quê.

Questão 3

(Total: 3.0)

Sejam

$$\begin{aligned}(x_0, y_0) &= (5, 2), \\ F(x, y) &= (x - x_0)^2 + 4(x - x_0)(y - y_0) + 5(y - y_0)^2, \quad \text{e} \\ H_k &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = y_0 + k\}.\end{aligned}$$

- (0.5 pts) Faça o “estudo de sinal” da função F no conjunto H_1 .
- (0.5 pts) Encontre o mínimo global da F em H_1 .
- (0.5 pts) Transporte o que você descobriu para H_{-1} .
- (0.5 pts) Transporte o que você descobriu para $H_{0.1}$.
- (0.5 pts) Encontre o mínimo global da F em H_0 .
- (0.5 pts) Esta função F tem mínimo global em \mathbb{R}^2 . Explique por quê.