

Cálculo 3 - 2020.2

P1 (Primeira prova)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.2-C3.html>

Regras e dicas

As regras e dicas são as mesmas dos mini-testes:

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C3-MT1.pdf>

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C3-MT2.pdf>

exceto que a prova vai ser disponibilizada às 21:00 do dia 16/abril/2021 e deve ser entregue até as 21:30 do dia 17/abril/2021.

Questão 1.**(Total: 7.5 pts)**

Sejam:

$$\begin{aligned}f(t) &= \min(\max(0, t), 3), \\G(x, y) &= \min(x, y), \\H(x, y) &= f(\min(x, y)). \\S &= \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = H(x, y) \}, \\A(z) &= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid H(x, y) = z \}, \\B(x_0) &= \{ (x, y, z) \in S \mid x = x_0 \} \\C(y_0) &= \{ (x, y, z) \in S \mid y = y_0 \} \\D(z_0) &= \{ (x, y, z) \in S \mid z = z_0 \}\end{aligned}$$

a) **(0.5 pts)** Faça o gráfico da função $f(t)$.

Questão 1 (cont.)

Faça o diagrama de numerozinhos para as funções:

b) **(0.5 pts)** $G(x, y)$,

c) **(1.0 pts)** $H(x, y)$;

use $x, y \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

d) **(1.0 pts)** Represente graficamente $A(1)$ e $A(2)$.

e) **(1.0 pts)** Represente graficamente $A(0)$ e $A(3)$.

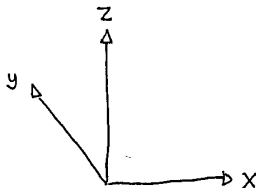
Você pode fazer os itens d e e num gráfico só se quiser.

Questão 1 (cont.)

f) **(3.5 pts)** Represente graficamente num gráfico só, em 3D, em perspectiva improvisada:

$B(-1), B(0), B(1), B(2), B(3), B(4),$
 $C(-1), C(0), C(1), C(2), C(3), C(4).$

Dica: isto é mais fácil com os eixos nesta posição:



Questão 2.**(Total: 3.0 pts)**Seja $f(x) = \arctan x$.Sabemos que $f(1) = \frac{\pi}{4}$, $f'(1) = \frac{1}{2}$, $f''(1) = -\frac{1}{2}$, $f'''(1) = \frac{1}{2}$.

Use isto para obter:

- a) **(1.5 pts)** Uma aproximação de grau 3 para f em torno do ponto 1.
- b) **(1.5 pts)** Uma aproximação com 5 dígitos de precisão para $f(1.1)$, fazendo as contas explicitamente.
Use $\frac{\pi}{4} \approx 0.78450$.

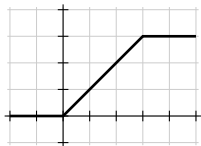
Gabarito

(incompleto)

Questão 1: gabarito

a)

$$f(x) =$$

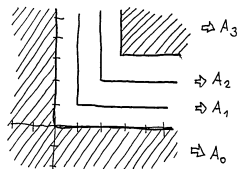
b) $G(x, y) =$

-1		1	2	3	4
-1		1	2	3	3
-1		1	2	2	2
-1		1	1	1	1
-1		0	0	0	0
-1		-1	-1	-1	-1

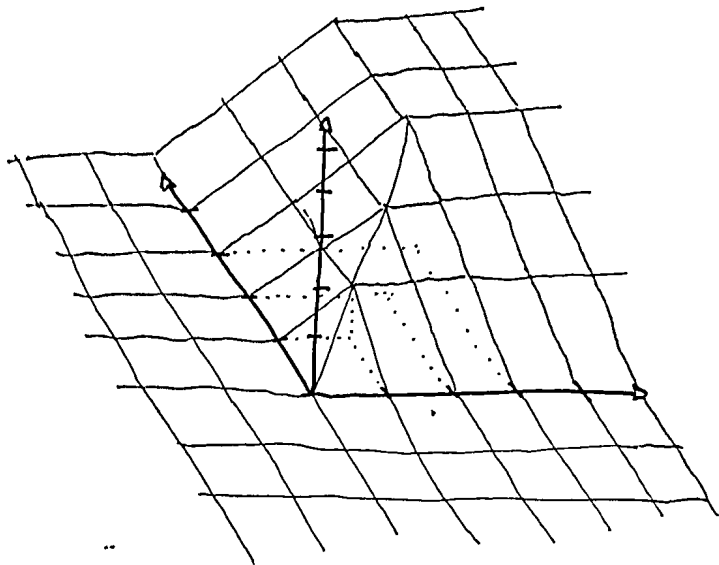
c) $H(x, y) =$

0		1	2	3	3
0		1	2	3	3
0		1	2	2	2
0		1	1	1	1
0		1	1	1	1
0		0	0	0	0
0		0	0	0	0

d,e)



1f)



Questão 2: gabarito

Sabemos que $f(1) = \frac{\pi}{4}$, $f'(1) = \frac{1}{2}$, $f''(1) = -\frac{1}{2}$, $f'''(1) = \frac{1}{2}$.

Então:

$$\begin{aligned}
 f(1+t) &\approx f(1) + f'(1) \cdot t + \frac{f''(1)}{2} \cdot t^2 + \frac{f'''(1)}{6} \cdot t^3 \\
 &= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot t - \frac{1}{4} \cdot t^2 + \frac{1}{12} \cdot t^3 \\
 f(1.1) &\approx \frac{\pi}{4} + \frac{1}{20} - \frac{1}{400} + \frac{1}{12000} \\
 &\approx 0.78450 + 0.05 - 0.0025 + 0.00008 \\
 &= 0.83208
 \end{aligned}$$

Segundo o computador $\arctan 1.1 \approx 0.83298$.

Deve ter uns erros de conta aí em cima...

Vou consertar depois.