Cálculo 2 - 2021.1

Aula 1: introdução ao curso (e a EDOs e ao [:=])

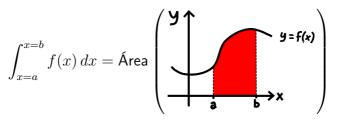
Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF http://angg.twu.net/2021.1-C2.html

1 Introdução ao curso

O curso de Cálculo 2 é principalmente sobre dois assuntos: **integrais**, e **equações diferenciais ordinárias**. Nós vamos abreviar "equação diferencial ordinária" como "EDO"; existem também as *equações diferenciais parciais*, ou EDPs, que são um assunto beeem mais complicado.

Integrais são áreas. A expressão $\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$ quer dizer "a área sob a curva y = f(x) entre x = a e x = b". Mais visualmente,

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) \, dx = \text{Area} \left(\begin{array}{c} \mathbf{y} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right)$$



Pra aprender a calcular essas áreas a gente vai ter que aprender a aproximá-las por somas de retângulos – um limite complicado! – e os detalhes vão dar um trabalhão... =(

Repare, a área em vermelho é delimitada: por cima pela curva y = f(x), pela esquerda pela reta x = a, pela direita pela reta x = b, por baixo pela reta y = 0.

Equações diferenciais (lembre: "ordinárias" \to "EDOs") são um pouco mais complicadas do que as equações que já sabemos resolver...

- 1) x + 2 = 5 Equação de 1º grau
- 2) $x^2 + 3 = 7$ Eq. de 2° grau simples
- 3) $x^2 + x = 6$ Eq. de 2° grau mais complicada
- 4) $f'(x) = x^4$ EDO simples ou: $\frac{d}{dx}f(x) = x^4$ f é a váriavel/incógnita!!!
- 5) f'(x) = 2f(x) EDO mais complicada
- 6) f''(x) + f'(x) = 6f(x) idem
- 7) f'(x) = -1/f(x) idem
- 8) f'(x) = -x/f(x) idem

Na passagem de (1) para (2) e (3) as equações ficaram mais complicadas porque o x passou a poder aparecer elevado ao quadrado.

No (4) estamos procurando uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que obedeça $f'(x) = x^4$ para todo x. Esse "para todo x" fica implícito.

Chutar e testar

Nosso primeiro método de resolver equações vai ser chutar e testar – nós vamos chutar valores pra incógnita e ver se algum deles é uma solução.

Aprender a testar vai ser $\underline{\underline{\underline{A}}}$ coisa mais importante do curso.

Neste curso nós vamos usar quatro coisas que não são padrão em cursos de Cálculo 2:

- A operação '[:=]' para substituição de variáveis em expressões arbitrárias (veja este PDF),
- 2. Às vezes vamos usar '='s na vertical: '||',
- 3. Às vezes vamos definir funções usando gráficos,
- 4. Nós vamos usar a fórmula $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ a beça.

Exercício

Tente resolver as EDOs abaixo (de um dos primeiros slides) por chutar e testar.

4)
$$f'(x) = x^4$$
 EDO simples
ou: $\frac{d}{dx}f(x) = x^4$ f é a váriavel/incógnita!!!
5) $f'(x) = 2f(x)$ EDO mais complicada

- 6) f''(x) + f'(x) = 6f(x) idem
- 7) f'(x) = -1/f(x) idem
- 8) f'(x) = -x/f(x) idem

Sugestão: comece testando $f(x) = x^3$, $f(x) = x^5$, $f(x) = 200x^5 + 42$, $f(x) = e^x$, $f(x) = e^{42x}$, $f(x) = e^{2x}$, $f(x) = e^{3x}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.