

Cálculo 3 - 2021.1

Mini-teste 2

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2021.1-C3.html>

Regras

As regras vão ser as mesmas dos mini-testes do semestre passado:

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-MT1.pdf#page=2>

Leia com muita atenção!!!!!!!!!!!!

As questões vão ser disponibilizadas às 20:00 da sexta 27/agosto/2021 e vocês vão ter até as 20:00 do sábado 28/agosto/2021 pra entregar as respostas.

Este mini-teste vale 0.5 pontos a mais na P1.

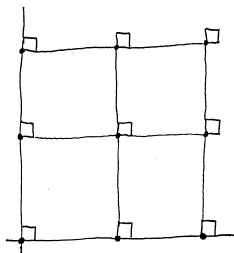
Questão 1 (e única).

Esta questão é exatamente igual à que começamos a fazer na aula antes do mini-teste...

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-1-C3-matriz-jacobiana.pdf#page=7>

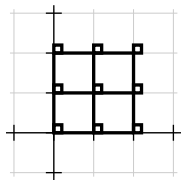
...mas com um desenho um pouquinho mais complicado.

Descubra qual a imagem da figura abaixo pela função $z \mapsto z^2$ e faça um desenho razoavelmente preciso dela.

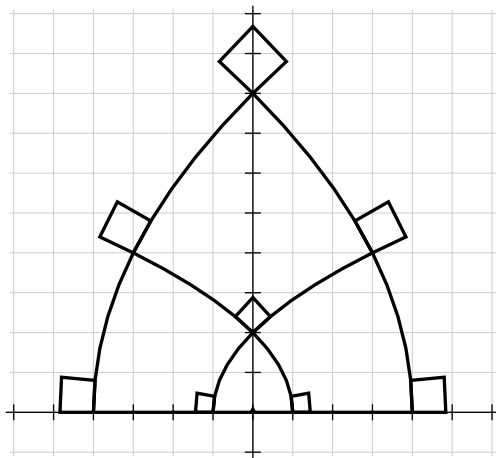


Gabarito

(Usei $a = b = 0.2$)



→



Um jeito de fazer as contas

$$\begin{aligned}
 w_x &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{w(x_0 + \Delta x, y_0) - w}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(a(x_0 + \Delta x, y_0), b(x_0 + \Delta x, y_0)) - (a, b)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(a + a_x \Delta x, b + b_x \Delta x) - (a, b)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(a_x \Delta x, b_x \Delta x)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(a_x, b_x) \Delta x}{\Delta x} \\
 &= \overrightarrow{(a_x, b_x)} \\
 \\
 w_y &= \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{w(x_0, y_0 + \Delta y) - w}{\Delta y} \\
 &= \overrightarrow{(a_y, b_y)}
 \end{aligned}$$

$$w = (a, b) = (x^2 - y^2, 2xy)$$

$$w_z = \frac{d \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}{d \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & -2y \\ 2y & 2x \end{pmatrix}$$

$$w_x = \overrightarrow{(a_x, b_x)} = \overrightarrow{(2x, 2y)}$$

$$w_y = \overrightarrow{(a_y, b_y)} = \overrightarrow{(-2y, 2x)}$$

Em $(x, y) = (2, 0)$ temos $w = (4, 0)$, $w_x = \overrightarrow{(4, 0)}$, $w_y = \overrightarrow{(0, 4)}$

Em $(x, y) = (2, 1)$ temos $w = (3, 4)$, $w_x = \overrightarrow{(4, 2)}$, $w_y = \overrightarrow{(-2, 4)}$

Em $(x, y) = (2, 2)$ temos $w = (0, 8)$, $w_x = \overrightarrow{(4, 4)}$, $w_y = \overrightarrow{(-4, 4)}$

Em $(x, y) = (1, 2)$ temos $w = (-3, 4)$, $w_x = \overrightarrow{(2, 4)}$, $w_y = \overrightarrow{(-4, 2)}$

$$w(1.2, 2) \approx w(1, 2) + w_x(1, 2) \cdot 0.2 = (-3, 4) + 0.2 \cdot \overrightarrow{(2, 4)}$$

$$w(1, 2.2) \approx w(1, 2) + w_y(1, 2) \cdot 0.2 = (-3, 4) + 0.2 \cdot \overrightarrow{(-4, 2)}$$