

Cálculo 2 - 2022.1

Aula 35: dicas pra VS aberta
(versão muito incompleta!)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF
<http://angg.twu.net/2022.1-C2.html>

Substituição: semântica

Lembre que no curso eu insisti muito que a operação ‘ $[:=]$ ’ na maioria dos casos seria usada como uma notação complementar pra coisas que normalmente são escritas em português, e em várias situações eu pedi pra vocês fazerem exercícios do Miranda traduzindo-os pra notação com ‘ $[:=]$ ’s... por exemplo, eu pedi pra vocês fazerem os exercícios de regra da cadeia da seção 3.5 do Miranda –

<http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf#page=87>

traduzindo-os pra notação com ‘ $[:=]$ ’..

Eu conversei com alguns amigos meus, e todos eles (ok, confesso: todos os dois...) disseram o seguinte: todo mundo aprende as regras de como a substituição funciona estudando centenas de horas e descobrindo como ela deve funcionar. Por exemplo: as pessoas sabem que a fórmula da regra da cadeia da página 87 do Miranda tem que valer pra todas as funções $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciáveis em todo ponto. Vou dizer que funções definidas em todo \mathbb{R} e diferenciáveis em todo ponto são “simples”. Se a gente escolhe duas funções f e g “simples”, substitui elas na fórmula da regra da cadeia, e obtém uma igualdade que é falsa, absurda, ou “que não compila”, então tem algo errado com o nosso método de substituir – o método pra fazer a substituição que a gente achou que estava certo está errado, e a gente tem que consertá-lo.

Um dos indícios de que um aluno de Cálculo 1 estudou o suficiente é que toda vez que ele precisa aplicar alguma fórmula famosa ele obtém um caso particular dela do jeito certo.

Lembre que tem alguns tipos de erros que são indícios de que a pessoa não aprendeu algo importantíssimo de matérias anteriores, e ou não notou que precisava aprender aquilo depois, ou não deu bola pra isso...

Muitos dos meus colegas consideram que Cálculo 2 é uma das matérias que têm como funcionar como filtros que não deixam passar pessoas que cometem certos tipos de erros gravíssimos, como $2 + 3 = 23$, ou como aplicar a regra da cadeia errado e obter consequências absurdas dela, ou como aplicar o [TFC2] ou o [MV2] e obter consequências absurdas deles... e “Cálculo 2 tem que funcionar como filtro” quer dizer “Cálculo 2 tem que reprovar pessoas assim”... =/

Durante algumas aulas lá no início do curso eu tentei fazer uma experiência didática que talvez tenha sido uma má idéia. Foi isso aqui, principalmente nos dias em que a gente trabalhou o exercício 7:

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-intro.pdf#page=10>

Naquela época eu estava tentando fazer as pessoas considerarem operações de substituição que fossem puramente sintáticas e que pudessem transformar expressões que jeitos que não fizessem sentido matematicamente... ou seja, que fossem o contrário do “todo mundo aprende as regras de como a substituição funciona estudando centenas de horas e descobrindo como ela deve funcionar” de alguns parágrafos atrás. Bom, essa época passou, e agora a gente só está interessado em operações de substituição que “funcionam do jeito certo” – ou seja, que quando você aplica elas num teorema você sempre obtém casos particulares verdadeiros.

Substituição: erros comuns (sintáticos)

CMM confundiu maiúsculas e minúsculas. Exemplo: transformar $f(x)$ em $F(x)$.

ET erro de tipo

DA descartou o argumento. Exemplo: escrever só “ f ” ao invés de “ $f(x)$ ”.

DE derivada errada. Exemplo:

$$\left[\begin{array}{l} f(x):=(\sin x)^2 \\ f'(x):=(\cos x)^2 \end{array} \right]$$

DPO descartou parte do original. Exemplo:

$$[RC] \left[\begin{array}{l} g(x):=42 \\ g'(x):=43 \end{array} \right] = (f'(42x) \cdot 42)$$

Lembre que o [RC] é uma igualdade.

LEC lado esquerdo complicado demais. Dois exemplos:

$$\left[f(g(x)):=(\sin x)^5 \right], \left[\int \frac{1}{x} dx:=\ln|x| \right],$$

NS não substituiu. Exemplo:

$$(f(x)g(x)) \left[\begin{array}{l} f(x):=\sin x \\ g(x):=42x \end{array} \right] = ((\sin x)g(x))$$

NSD não substituiu dentro (recursivamente). Exemplo:

$$(f(g(x))) \left[\begin{array}{l} f(x):=\sin x \\ g(x):=42x \end{array} \right] = (\sin(g(x)))$$

SIMP simplificou. Exemplo:

$$(f'(g(x)) \cdot g'(x)) \left[\begin{array}{l} f'(x):=\frac{1}{x} \\ g(x):=x+42 \\ g'(x):=1 \end{array} \right] = \left(\frac{1}{x+42} \right)$$

ao invés de “ $= \left(\frac{1}{x+42} \cdot 1 \right)$ ”.

SP substituiu parênteses. Pra gente ‘ dx ’ e ‘ du ’ são como ‘ $)$ ’, e expressões como “ $\cos x dx$ ” são tão incompletas como “ $\cos x$ ”, e coisas como

$$[\cos x dx:=ds]$$

não fazem sentido. Lembre que nós passamos um tempo aprendendo a ver expressões como árvores e subexpressões como subárvores; quando a gente interpreta o ‘ dx ’ como um ‘ $)$ ’ a gente vê que ‘ $\cos x dx$ ’ nunca corresponde a uma subárvore.

Sobre as questões da prova

Na página 2 eu fiz papel de ogro que reprova todo mundo, MAAAS a VS aberta só tem como aumentar a nota de quem fizer ela – se alguém tirar uma nota muito baixa na VSA essa nota é ignorada – e ela vai ser sobre assuntos que vale muito a pena estudar... ela vai ter pelo menos duas questões de “encontre a generalização certa e aplique ela a este outro caso aqui”, como a questão 4 da P2,

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-P2.pdf#page=6>

a continuação dela na VR,

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-VR.pdf#page=4>

A questão da VSA que vai parecida com essas daí vai ser bem mais fácil de fazer se você souber multiplicar números complexos. Dica (detalhes depois):

<http://angg.twu.net/2019.2-C2/2019.2-C2.pdf#page=59>

A outra questão de “encontra a generalização certa” vai ter a ver com substituição trigonométrica. Detalhes em breve também!