

Cálculo 2 - 2022.1

Aula 31: primitivas

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2022.1-C2.html>

Vídeos antigos

Em 2021.1 eu fiz três vídeos sobre como integrar funções escada que eu acho que ficaram muito bons. Se você ainda não é capaz de integrar uma função escada em poucos segundos, comece por eles! Links:

<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-1-C2-propriedades-da-integral.mp4>

<https://www.youtube.com/watch?v=ORfsWiwe1V8>

<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-1-C2-propriedades-da-integral-2.mp4>

<https://www.youtube.com/watch?v=MmlQTtH5jFo>

<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-1-C2-propriedades-da-integral-3.mp4>

<https://www.youtube.com/watch?v=J97x7MNpr90>

A parte sobre integrar funções escada do primeiro vídeo começa no 14:14, e ela é sobre este trecho aqui do PDF (note o page=29):

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-1-C2-propriedades-da-integral.pdf#page=29>

O segundo vídeo é sobre primitivas diferentes pra mesma função. O terceiro vídeo é sobre integrar uma função escada resolvendo uma EDO no olho traçando segmentos de reta com os coeficientes angulares certos.

Introdução

O livro do Miranda define primitiva na página 181, e define a integral indefinida na página seguinte:

<http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf#page=182>

Ele faz uma gambiarra que é muito comum em livros de Cálculo 2, que é definir primitivas e integrais indefinidas de um jeito simples demais, que não funciona pra fórmula $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ (que aparece na p.184!!!) e funciona bem mal pra funções escada... tem um vídeo bom sobre isso aqui, mas é em inglês:

“Your calculus prof lied to you (probably)”

<http://www.youtube.com/watch?v=u4kex7hDC2o>

Introdução (2)

Existem vários jeitos de trocar essas definições de primitiva e integral indefinida “simples demais” que a maioria dos livros de C2 usam por outras um pouco melhores. O meu jeito preferido é o que eu vou explicar nas próximas páginas.

Existe uma notação padrão pro domínio de uma função f : “ $\text{dom}(f)$ ”. Vamos definir o conjunto $\text{domc}(f)$ — pronúncia: o “domínio de continuidade” da f — como o subconjunto de $\text{dom}(f)$ que só contém os pontos em que a f é contínua...

Introdução (3)

Agora vamos escolher a definição de primitiva mais simples possível que faça as soluções dos exercícios 8 e 9 daqui serem primitivas da f do enunciado:

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-TFC1.pdf#page=48>

A definição vai ser esta aqui:

Uma função F é uma primitiva da função f quando estas quatro condições são obedecidas:

- 1) $\text{dom}(F) = \text{dom}(f)$,
- 2) F é contínua — ou seja, $\text{domc}(F) = \text{dom}(F)$,
- 3) a F é derivável em todos os pontos de $\text{domc}(f)$,
- 4) para todo $x \in \text{domc}(f)$ temos $F'(x) = f(x)$.

Exercício 1.

Entenda a definição do slide anterior e verifique que

P1 e escadas



$$C_1 = 1$$



$$C_1 = 0$$



$$C_1 = -1$$



$$C_2 = -1 \quad C_2 = 0 \quad C_2 = 1$$

Compare com: