

Cálculo 2 - 2023.2

Aula 19: volumes

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2023.2-C2.html>

Links

- [StewPtCap6p12](#) (p.389) 6.2 Volumes
- [StewPtCap6p18](#) (p.395) pirâmide de base quadrada
- [StewPtCap6p20](#) (p.397) Exercícios
- [StewPtCap8p17](#) (p.500) trombeta de Gabriel
- [StewPtCap13p18](#) (p.768) 13.3 Comprimento de Arco e Curvatura
- [StewPtCap15p6](#) (p.874) 15.1 Integrais múltiplas sobre retângulos
- [StewPtCap15p9](#) (p.877) aproximações do volume
- [Miranda285](#) 9.3 Volume
- [Miranda288](#) O volume da esfera de raio r é $\frac{4}{3}\pi r^3$
- [Miranda285](#) 9.3.1 Secções transversais
- [Miranda289](#) 9.3.2 Sólidos de revolução
- [Miranda292](#) **Façam os exercícios 2, 3, 4 e 5**
- [Leit6p3](#) (p.374) 6.1 Volumes de sólidos por cortes
- [Leit6p17](#) (p.388) 6.3 Comprimento de arco
- [3cT75](#) Pirâmide (3D)
- [2gT105](#) Um jogo colaborativo
- [2gT137](#) P2 de 2023.1, questão sobre volumes
- Quadros de 2023.1:
- [2gQ59](#) Quadros da aula 27 (4/julho/2023)

Exercício 1

Sejam:

$$\begin{aligned} A &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \\ B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\} \\ C &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\} \\ D &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq x\} \\ E &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq x\} \\ [x = \alpha] &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = \alpha\} \\ [y = \beta] &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \beta\} \\ [[x = \alpha]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = \alpha\} \\ [[y = \beta]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = \beta\} \\ [[z = \gamma]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \gamma\} \end{aligned}$$

Lembre das técnicas do “jogo colaborativo”, e:

- Represente graficamente A .
- Represente graficamente B .
- Represente graficamente C .
- Represente graficamente D .
- Represente graficamente E .
- Represente num gráfico só A e $A \cap [x = 0.5]$. Qual é o comprimento de $A \cap [x = 0.5]$?
- Represente num gráfico só B e $B \cap [x = 0.5]$. Qual é o comprimento de $B \cap [x = 0.5]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[x = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[x = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[y = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[y = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[z = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[z = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[x = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[x = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[y = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[y = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[z = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[z = 0.5]]$?

Calcule:

- área($E \cap [[x = 0.2]]$)
 - área($E \cap [[x = 0.8]]$)
- p) $\int_{t=0}^{t=1} \text{área}(E \cap [[x = t]]) dt$

Dicas pro exercício 1

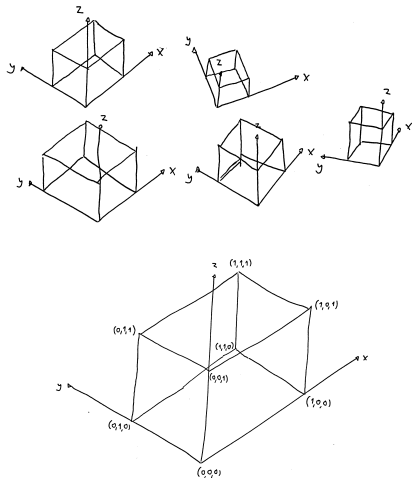
O conjunto C é um cubo e os conjuntos D e E vão ser pedaços do cubo C .

Existem 8 pontos de \mathbb{R}^3 que obedecem isto aqui: $x, y, z \in \{0, 1\}$. Vou inventar um nome pra eles: eles vão ser os pontos “simples”. O conjunto C contém todos os pontos simples mas os conjuntos D e E só contém alguns pontos simples cada um... quais?

Pra fazer os itens que envolvem os conjuntos D e E comece fazendo um MONTE de desenhos de cubos à mão, SEM USAR RÉGUA – como eu fiz na figura de cima à direita. Se você não usar régua o seu ganho de velocidade vai ser tão grande que você não vai se incomodar muito pra descartar os desenhos que ficarem tortos demais, e você vai poder escolher quais são os desenhos nos quais os eixos estão numa posição melhor pra desenhar o conjunto E , que é meio complicado.

Quando você encontrar uma posição pros eixos que você ache que está boa faça uma versão ampliada do seu cubo naquela posição ocupando uma folha inteira, e depois escreva do lado de cada um dos pontos “simples” as coordenadas dele – como eu fiz na figura de baixo à direita. Use essa figura pra tentar entender os conjuntos D e E .

A melhor posição pra desenhar o conjunto E não é a da figura de baixo à direita.



Aviso

Na aula 19 – que era pra ser a única aula sobre volumes – as pessoas tiveram tanta dificuldade pra desenhar os conjuntos C , D e E em 3D que eu preferi considerar que elas não teriam condições de entender os trechos do Stewart em que ele faz cortes em figuras 3D e depois calcula as áreas desses cortes... então nós vamos ter uma segunda aula sobre isso.
Slogans