

Cálculo C3 - 2023.2

Aulas 12 e 13: o gradiente

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2023.2-C3.html>

Links

[StewPtCap12p25](#) (p.727) 12.4 O produto vetorial

[StewPtCap14p10](#) (p.796) Curvas de nível

[StewPtCap14p53](#) (p.839) 14.6 Derivadas direcionais e o vetor gradiente

[Apexcap12p54](#) (p.731) Definition 12.6.2: Gradient

Exercício 1

Lembre das técnicas do “Seja o seu próprio GeoGebra” pra entender o que certos parâmetros “querem dizer”:

<http://anggtwu.net/LATEX/2023-2-C3-geogebra.pdf>

Seja:

$$z(x, y) = a + bx + cy$$

Isto é a equação de um plano. O plano em si é

$$S = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = a + bx + cy \}$$

ou, equivalentemente,

$$S = \{ (x, y, a + bx + cy) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \}$$

Cada escolha de a , b e c gera um plano $z = z(x, y)$ diferente. Neste exercício nós vamos tentar entender o que os valores de a , b e c “querem dizer”. Desenhe o diagrama de numerozinhos para cada um dos planos abaixo; mais precisamente, para cada um dos planos abaixo desenhe os valores de z nos pontos com $x, y \in \{0, 1, 2, 3\}$ como numerozinhos:

- a) $(a, b, c) = (0, 0, 0)$
- b) $(a, b, c) = (1, 0, 0)$
- c) $(a, b, c) = (2, 0, 0)$

d) $(a, b, c) = (0, 1, 0)$

e) $(a, b, c) = (0, 2, 0)$

f) $(a, b, c) = (0, 0, 1)$

g) $(a, b, c) = (0, 0, 2)$

h) $(a, b, c) = (3, 2, 1)$

Repere que os pontos mais fáceis de calcular são estes aqui:

$$(x, y) = (0, 0),$$

$$(x, y) = (1, 0),$$

$$(x, y) = (0, 1)$$

Exercício 2

Agora nós vamos considerar que x_0 e y_0 são constantes, e que:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \Delta x \quad \text{e} \\y &= y_0 + \Delta y,\end{aligned}$$

e portanto estas duas definições são equivalentes:

$$\begin{aligned}z(x, y) &= a + b \cdot (x - x_0) + c \cdot (y - y_0) \\z(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) &= a + b\Delta x + c\Delta y\end{aligned}$$

Dicas: 1) os três pontos mais fáceis de calcular são os em que $(\Delta x, \Delta y) = (0, 0)$, $(\Delta x, \Delta y) = (1, 0)$ e $(\Delta x, \Delta y) = (0, 1)$

Represente graficamente os três pontos mais fáceis de calcular de cada um dos planos abaixo.

- a) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 3, 0, 0)$
- b) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 4, 0, 0)$
- c) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 4, 1, 0)$
- d) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 4, 2, 0)$
- e) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 4, 0, 1)$
- f) $(x_0, y_0, a, b, c) = (3, 2, 4, 0, 2)$